КОМП'ЮТЕРНІ НАУКИ ТА ЇХ МІЖДИСЦИПЛІНАРНІ ЗВ'ЯЗКИ З ІНШИМИ НАУКАМИ

УДК 519.216

Атаманюк И.П.

ОПТИМАЛЬНАЯ ПОЛИНОМИАЛЬНАЯ ЭКСТРАПОЛЯЦИЯ ВЕКТОРНОГО СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА, ИЗМЕРЯЕМОГО С ПОГРЕШНОСТЯМИ

Получено оптимальное полиномиальное решение задачи прогноза векторного случайного процесса. Алгоритм экстраполяции базируется на аппарате канонических разложений случайных процессов.

Ключевые слова: прогноз, вектор, случайный процесс, экстраполяция, алгоритм.

Введение

Как известно, существенным фактором уровня защиты информации является надежность функционирования аппаратных средств. В силу влияния на технические устройства множества случайных воздействий процесс изменения их характеристик является стохастическим и, как следствие, анализ пригодности технических объектов к эксплуатации требует использования вероятностных методов. Математическим содержанием задачи прогнозирования технического состояния объекта контроля является экстраполяция реализации случайного процесса, описывающего функционирование устройства на некотором интервале времени.

Постановка задачи

Пусть векторный случайный процесс $\overline{X}(t): X_h(t), h=\overline{1,H}$ задан в некотором ряде точек $t_i, i=\overline{1,I}$ дискретизированой моментной функцией $M[X_l^{\nu}(i)X_h^{\mu}(j)],\ i,j=\overline{1,I};\ l,h=\overline{1,H};\ \nu,\mu=\overline{1,N}, \nu+\mu\leq N.$ На этапе наблюдения получены измерения $z_h(j), j=\overline{1,I}, h=\overline{1,H}$ значений $x_h(j), j=\overline{1,I}, h=\overline{1,H}$ случайного процесса $\overline{X}(t)$ с некоторой погрешностью. Исследуемый процесс $\overline{X}(t)$ связан с процессом наблюдений $\overline{Z}(t)$ соотношением

$$Z_h(i)=X_h(i)+Y_h(i), \tag{1}$$

где. $Y_h(i)$ - погрешность измерений: $M[Y_l^{\nu}(i)Y_h^{\mu}(j)],\ i,j=\overline{1,I};\ l,h=\overline{1,H};\ \nu,\mu=\overline{1,N},$ $\nu+\mu\leq N.$

По результатам последовательных измерений $z_h(j), j=\overline{1,k}, h=\overline{1,H}$ необходимо получить оптимальную в среднеквадратическом смысле оценку $\hat{x}_h(i), i=\overline{k+1,I}, h=\overline{1,H}$ будущих значений исследуемого процесса.

Решение

Наиболее универсальным подходом к решению поставленной задачи с точки зрения ограничений, накладываемых на случайный процесс, является применение к исследуемому процессу аппарата канонических разложений [1,2]. Для исследуемого процесса $\overline{X}(t)$ такое разложение в дискретном ряде точек $t_i, i=\overline{1,I}$ имеет вид:

$$X_h(i)=M\left[X_h(i)\right]+\sum_{\nu=1}^{i}\sum_{l=1}^{h-1}\sum_{\lambda=1}^{N-1}V_{\nu l}^{(\lambda)}\varphi_{l\lambda}^{(h,1)}(\nu,i), i=\overline{1,I}, \tag{2}$$

$$V_{\nu l}^{(\lambda)}=X_l^{\lambda}(\nu)-M\left[X_l^{\lambda}(\nu)\right]-\sum_{\mu=1}^{\nu-1}\sum_{m=1}^{H}\sum_{j=1}^{N-1}V_{\mu m}^{(j)}\varphi_{mj}^{(l,\lambda)}(\mu,\nu)-\sum_{m=1}^{l-1}\sum_{j=1}^{N-1}V_{\nu m}^{(j)}\varphi_{mj}^{(l,\lambda)}(\nu,\nu)-$$
$$-\sum_{j=1}^{\lambda-1}V_{\nu l}^{(j)}\varphi_{lj}^{(l,\lambda)}(\nu,\nu),\nu=\overline{1,I}; \tag{3}$$

$$D_{l,\lambda}(\nu)=M[\{V_{\nu l}^{(\lambda)}\}]=M[X_l^{2\lambda}(\nu)]-M^2\left[X_l^{\lambda}(\nu)\right]-\sum_{\mu=1}^{\nu-1}\sum_{m=1}^{H}\sum_{j=1}^{N-1}D_{mj}(\nu)\{\varphi_{mj}^{(l,\lambda)}(\mu,\nu)\}^2-$$

$$-\sum_{m=1}^{l-1}\sum_{j=1}^{N-1}D_{mj}(\nu)\{\varphi_{mj}^{(l,\lambda)}(\nu,\nu)\}^2-\sum_{j=1}^{\lambda-1}D_{lj}(\nu)\{\varphi_{lj}^{(l,\lambda)}(\nu,\nu)\}^2,\nu=\overline{1,I}; \tag{4}$$

$$\varphi_{l\lambda}^{(h,s)}(\nu,i)=\frac{M\left[V_{\nu l}^{(\lambda)}\left(X_h^s(i)-M\left[X_h^s(i)\right]\right)\right]}{M\left[\left\{V_{\nu l}^{(\lambda)}\right\}^2\right]}=\frac{1}{D_{l\lambda}(\nu)}(M\left[X_l^{\lambda}(\nu)X_h^s(i)\right]-$$
$$-M\left[X_l^{\lambda}(\nu)\right]M\left[X_h^s(i)\right]-\sum_{\mu=1}^{\nu-1}\sum_{m=1}^{H}\sum_{j=1}^{N-1}D_{mj}(\mu)\varphi_{mj}^{(l,\lambda)}(\mu,\nu)\varphi_{mj}^{(h,s)}(\mu,i)-$$
$$-\sum_{m=1}^{l-1}\sum_{j=1}^{N-1}D_{mj}(\nu)\varphi_{mj}^{(l,\lambda)}(\nu,\nu)\varphi_{mj}^{(h,s)}(\nu,i)-\sum_{j=1}^{\lambda-1}D_{lj}(\nu)\varphi_{lj}^{(l,\lambda)}(\nu,\nu)\varphi_{lj}^{(h,s)}(\nu,i),\lambda=\overline{1,h},\nu=\overline{1,i}. \tag{5}$$

Коэффициенты $V_{\nu l}^{(\lambda)},\nu=\overline{1,I}$ содержат информацию о соответствующих значениях $X_l^{\lambda}(\nu)$, а координатные функции $\varphi_{l\lambda}^{(h,s)}(\nu,i)$ описывают вероятностные связи порядка $\lambda+s$ между составляющими $X_l(t)$ и $X_h(t)$ в моменты времени t_ν и t_i.

На базе канонического разложения в [3] получен оптимальный алгоритм экстраполяции по k известным значениям $x_h(j), j=\overline{1,k}, h=\overline{1,H}$ для каждой составляющей $X_h(t)$:

$$m_{k,h}^{(\mu,l)}(s,i)=\begin{cases} M[X_h(i)],\mu=0; \\ m_{k,h}^{(\mu,l-1)}(s,i)+(x_k^l(\mu)-m_{k,k}^{(\mu,l-1)}(l,\mu))\varphi_{k,l}^{(h,s)}(\mu,i),l<N-1,k<H; \\ m_{k,h}^{(\mu,N-1)}(s,i)+(x_{k+1}(\mu)-m_{k,k+1}^{(\mu,1)}(N-1,\mu))\varphi_{k+1,1}^{(h,s)}(\mu,i),l=N-1,k<H; \\ m_{H,h}^{(\mu,N-1)}(s,i)+(x_1(\mu+1)-m_{H,1}^{(\mu,N-1)}(N-1,\mu+1))\varphi_{1,1}^{(h,s)}(\mu+1,i),l=N-1,k=H. \end{cases} \tag{6}$$

$m_{k,h}^{(\mu,l)}(1,i)=M[X_h(i)/x_\lambda^j(\nu),\lambda=\overline{1,H},j=\overline{1,N-1},\nu=\overline{1,\mu-1};x_\lambda^j(\mu),\lambda=\overline{1,k},j=\overline{1,l}]$ - оптимальная в среднеквадратическом смысле оценка будущих значений исследуемого случайного процесса при условии, что для прогноза применяется апостериорная информация

$x_\lambda^j(\nu), \lambda=\overline{1,H}, \quad j=\overline{1,N-1}, \quad \nu=\overline{1,\mu-1}; \; x_\lambda^j(\mu), \lambda=\overline{1,k}, j=\overline{1,l}$, то есть предполагается, что погрешность измерений отсутствует. Однако на практике такая ситуация редко имеет место.

В рамках рассматриваемой постановки задачи простейшее ее решение получается путем подстановки результатов измерения в алгоритм (6):

$$m_{k,h}^{(\mu,l)}(s,i)=\begin{cases} M[X_h(i)], \mu=0; \\ m_{k,h}^{(\mu,l-1)}(s,i)+(z_k^l(\mu)-m_{k,k}^{(\mu,l-1)}(l,\mu))\varphi_{k,l}^{(h,s)}(\mu,i), l<N-1, k<H; \\ m_{k,h}^{(\mu,N-1)}(s,i)+(z_{k+1}(\mu)-m_{k,k+1}^{(\mu,1)}(N-1,\mu))\varphi_{k+1,1}^{(h,s)}(\mu,i), l=N-1, k<H; \\ m_{H,h}^{(\mu,N-1)}(s,i)+(z_1(\mu+1)-m_{H,1}^{(\mu,N-1)}(N-1,\mu+1))\varphi_{1,1}^{(h,s)}(\mu+1,i), l=N-1, k=H. \end{cases} \quad (7)$$

Очевидным недостатком данного решения есть несогласованность параметров алгоритма, полученных для процесса $\overline{X}(t)$, с измерениями $z_h(j), j=\overline{1,k}, h=\overline{1,H}$.

Устранение рассогласования между априорными и апостериорными данными возможно путем формирования параметров алгоритма на базе канонического разложения процесса $\overline{Z}(t)$. По аналогии с (6), алгоритм экстраполяции запишется в виде:

$$m_{k,h}^{(\mu,l)}(s,i)=\begin{cases} M[Z_h(i)], \mu=0; \\ m_{k,h}^{(\mu,l-1)}(s,i)+(z_k^l(\mu)-m_{k,k}^{(\mu,l-1)}(l,\mu))\alpha_{k,l}^{(h,s)}(\mu,i), l<N-1, k<H; \\ m_{k,h}^{(\mu,N-1)}(s,i)+(z_{k+1}(\mu)-m_{k,k+1}^{(\mu,1)}(N-1,\mu))\alpha_{k+1,1}^{(h,s)}(\mu,i), l=N-1, k<H; \\ m_{H,h}^{(\mu,N-1)}(s,i)+(z_1(\mu+1)-m_{H,1}^{(\mu,N-1)}(N-1,\mu+1))\alpha_{1,1}^{(h,s)}(\mu+1,i), l=N-1, k=H. \end{cases} \quad (8)$$

Параметры алгоритма (8) определяются из соотношений:

$$\alpha_{l\lambda}^{(h,s)}(\nu,i)=\frac{M\left[U_{\nu l}^{(\lambda)}\left(Z_h^s(i)-M\left[Z_h^s(i)\right]\right)\right]}{M\left[\left\{U_{\nu l}^{(\lambda)}\right\}^2\right]}=\frac{1}{D_{l\lambda}(\nu)}\left(M\left[Z_l^\lambda(\nu)Z_h^s(i)\right]-\right.$$
$$-M\left[Z_l^\lambda(\nu)\right]M\left[Z_h^s(i)\right]-\sum_{\mu=1}^{\nu-1}\sum_{m=1}^{H}\sum_{j=1}^{N-1}D_{mj}(\mu)\alpha_{mj}^{(l,\lambda)}(\mu,\nu)\alpha_{mj}^{(h,s)}(\mu,i)- \quad (9)$$
$$\left.-\sum_{m=1}^{l-1}\sum_{j=1}^{N-1}D_{mj}(\nu)\alpha_{mj}^{(l,\lambda)}(\nu,\nu)\alpha_{mj}^{(h,s)}(\nu,i)-\sum_{j=1}^{\lambda-1}D_{lj}(\nu)\alpha_{lj}^{(l,\lambda)}(\nu,\nu)\alpha_{lj}^{(h,s)}(\nu,i)\right), \lambda=\overline{1,h}, \nu=\overline{1,i}.$$

$$D_{l,\lambda}(\nu)=M[\{U_{\nu l}^{(\lambda)}\}]=M[Z_l^{2\lambda}(\nu)]-M^2\left[Z_l^\lambda(\nu)\right]-\sum_{\mu=1}^{\nu-1}\sum_{m=1}^{H}\sum_{j=1}^{N-1}D_{mj}(\nu)\{\alpha_{mj}^{(l,\lambda)}(\mu,\nu)\}^2-$$
$$-\sum_{m=1}^{l-1}\sum_{j=1}^{N-1}D_{mj}(\nu)\{\alpha_{mj}^{(l,\lambda)}(\nu,\nu)\}^2-\sum_{j=1}^{\lambda-1}D_{lj}(\nu)\{\alpha_{lj}^{(l,\lambda)}(\nu,\nu)\}^2, \nu=\overline{1,I}; \quad (10)$$

Однако алгоритм (8) дает оптимальную оценку будущих значений процесса измерений $\overline{Z}(t)$ и дополнительная погрешность определения $\hat{x}_h(i), i=\overline{k+1,I}, h=\overline{1,H}$, обусловленная данным недостатком, возрастает пропорционально дисперсии ошибки погрешности измерений. Устранение указанного недостатка возможно путем формирования параметров алгоритма прогноза на базе смешанной случайной последовательности $\{\overline{X'}\} = \{Z_h(1), Z_h(2),..., Z_h(k), X_h(k+1)...X_h(I)\}$, сочетающей в себе как результаты измерений до $i = k$, так и данные о процессе $\overline{X(t)}$ для $i = \overline{k+1, I}$. Для этой последовательности стандартным методом может быть получено каноническое разложение

$$X'_h(i) = \begin{cases} M[Z_h(i)] + \sum_{\nu=1}^{i}\sum_{l=1}^{h-1}\sum_{\lambda=1}^{N-1} U_{\nu l}^{(\lambda)} \beta_{l\lambda}^{(h,1)}(\nu, i), i = \overline{1,k}; \\ M[X_h(i)] + \sum_{\nu=1}^{i}\sum_{l=1}^{h-1}\sum_{\lambda=1}^{N-1} U_{\nu l}^{(\lambda)} \beta_{l\lambda}^{(h,1)}(\nu, i), i = \overline{k+1, I}. \end{cases} \tag{12}$$

Параметры канонического разложения (12) определяются из соотношений:

$$U_{\nu l}^{(\lambda)} = Z_l^{\lambda}(\nu) - M[Z_l^{\lambda}(\nu)] - \sum_{\mu=1}^{\nu-1}\sum_{m=1}^{H}\sum_{j=1}^{N-1} U_{\mu m}^{(j)} \beta_{mj}^{(l,\lambda)}(\mu,\nu) - \sum_{m=1}^{l-1}\sum_{j=1}^{N-1} U_{\nu m}^{(j)} \beta_{mj}^{(l,\lambda)}(\nu,\nu) -$$
$$- \sum_{j=1}^{\lambda-1} U_{\nu l}^{(j)} \beta_{lj}^{(l,\lambda)}(\nu,\nu), \nu = \overline{1,k};$$
$$U_{\nu l}^{(\lambda)} = X_l^{\lambda}(\nu) - M[X_l^{\lambda}(\nu)] - \sum_{\mu=1}^{\nu-1}\sum_{m=1}^{H}\sum_{j=1}^{N-1} U_{\mu m}^{(j)} \beta_{mj}^{(l,\lambda)}(\mu,\nu) - \sum_{m=1}^{l-1}\sum_{j=1}^{N-1} U_{\nu m}^{(j)} \beta_{mj}^{(l,\lambda)}(\nu,\nu) -$$
$$- \sum_{j=1}^{\lambda-1} U_{\nu l}^{(j)} \beta_{lj}^{(l,\lambda)}(\nu,\nu), \nu = \overline{k+1, I}; \tag{13}$$

$$D_{l,\lambda}(\nu) = M[\{U_{\nu l}^{(\lambda)}\}] = M[Z_l^{2\lambda}(\nu)] - M^2[Z_l^{\lambda}(\nu)] - \sum_{\mu=1}^{\nu-1}\sum_{m=1}^{H}\sum_{j=1}^{N-1} D_{mj}(\nu)\{\beta_{mj}^{(l,\lambda)}(\mu,\nu)\}^2 -$$
$$- \sum_{m=1}^{l-1}\sum_{j=1}^{N-1} D_{mj}(\nu)\{\beta_{mj}^{(l,\lambda)}(\nu,\nu)\}^2 - \sum_{j=1}^{\lambda-1} D_{lj}(\nu)\{\beta_{lj}^{(l,\lambda)}(\nu,\nu)\}^2, \nu = \overline{1,k}; \tag{14}$$

$$D_{l,\lambda}(\nu) = M[\{U_{\nu l}^{(\lambda)}\}] = M[X_l^{2\lambda}(\nu)] - M^2[X_l^{\lambda}(\nu)] - \sum_{\mu=1}^{\nu-1}\sum_{m=1}^{H}\sum_{j=1}^{N-1} D_{mj}(\nu)\{\beta_{mj}^{(l,\lambda)}(\mu,\nu)\}^2 -$$
$$- \sum_{m=1}^{l-1}\sum_{j=1}^{N-1} D_{mj}(\nu)\{\beta_{mj}^{(l,\lambda)}(\nu,\nu)\}^2 - \sum_{j=1}^{\lambda-1} D_{lj}(\nu)\{\beta_{lj}^{(l,\lambda)}(\nu,\nu)\}^2, \nu = \overline{k+1, I}; \tag{15}$$

$$\beta_{l\lambda}^{(h,s)}(\nu,i) = \frac{M[U_{\nu l}^{(\lambda)}(Z_h^s(i) - M[Z_h^s(i)])]}{M[\{U_{\nu l}^{(\lambda)}\}^2]} = \frac{1}{D_{l\lambda}(\nu)}(M[Z_l^{\lambda}(\nu) Z_h^s(i)] - \tag{16}$$
$$- M[Z_l^{\lambda}(\nu)]M[Z_h^s(i)] - \sum_{\mu=1}^{\nu-1}\sum_{m=1}^{H}\sum_{j=1}^{N-1} D_{mj}(\mu)\beta_{mj}^{(l,\lambda)}(\mu,\nu)\beta_{mj}^{(h,s)}(\mu,i) -$$
$$- \sum_{m=1}^{l-1}\sum_{j=1}^{N-1} D_{mj}(\nu)\beta_{mj}^{(l,\lambda)}(\nu,\nu)\beta_{mj}^{(h,s)}(\nu,i) - \sum_{j=1}^{\lambda-1} D_{lj}(\nu)\beta_{lj}^{(l,\lambda)}(\nu,\nu)\beta_{lj}^{(h,s)}(\nu,i)), 1 \le \nu \le i \le k.$$

$$\beta_{l\lambda}^{(h,s)}(\nu,i)=\frac{M\left[U_{\nu l}^{(\lambda)}\left(X_h^s(i)-M\left[X_h^s(i)\right]\right)\right]}{M\left[\left\{U_{\nu l}^{(\lambda)}\right\}^2\right]}=\frac{1}{D_{l\lambda}(\nu)}\left(M\left[Z_l^{\lambda}(\nu)X_h^s(i)\right]-\right.$$

$$-M\left[Z_l^{\lambda}(\nu)\right]M\left[X_h^s(i)\right]-\sum_{\mu=1}^{\nu-1}\sum_{m=1}^{H}\sum_{j=1}^{N-1}D_{mj}(\mu)\beta_{mj}^{(l,\lambda)}(\mu,\nu)\beta_{mj}^{(h,s)}(\mu,i)-$$

$$\left.-\sum_{m=1}^{l-1}\sum_{j=1}^{N-1}D_{mj}(\nu)\beta_{mj}^{(l,\lambda)}(\nu,\nu)\beta_{mj}^{(h,s)}(\nu,i)-\sum_{j=1}^{\lambda-1}D_{lj}(\nu)\beta_{lj}^{(l,\lambda)}(\nu,\nu)\beta_{lj}^{(h,s)}(\nu,i)\right),\nu=\overline{1,k},i=\overline{k+1,I}. \quad (17)$$

$$\beta_{l\lambda}^{(h,s)}(\nu,i)=\frac{M\left[U_{\nu l}^{(\lambda)}\left(X_h^s(i)-M\left[X_h^s(i)\right]\right)\right]}{M\left[\left\{U_{\nu l}^{(\lambda)}\right\}^2\right]}=\frac{1}{D_{l\lambda}(\nu)}\left(M\left[X_l^{\lambda}(\nu)X_h^s(i)\right]-\right.$$

$$-M\left[X_l^{\lambda}(\nu)\right]M\left[X_h^s(i)\right]-\sum_{\mu=1}^{\nu-1}\sum_{m=1}^{H}\sum_{j=1}^{N-1}D_{mj}(\mu)\beta_{mj}^{(l,\lambda)}(\mu,\nu)\beta_{mj}^{(h,s)}(\mu,i)-$$

$$\left.-\sum_{m=1}^{l-1}\sum_{j=1}^{N-1}D_{mj}(\nu)\beta_{mj}^{(l,\lambda)}(\nu,\nu)\beta_{mj}^{(h,s)}(\nu,i)-\sum_{j=1}^{\lambda-1}D_{lj}(\nu)\beta_{lj}^{(l,\lambda)}(\nu,\nu)\beta_{lj}^{(h,s)}(\nu,i)\right),k\le\nu\le i\le I. \quad (18)$$

По аналогии с (6) алгоритм экстраполяции на базе канонического разложения (12) принимает вид:

$$m_{k,h}^{(\mu,l)}(s,i)=\begin{cases} M[X_h(i)],\mu=0; \\ m_{k,h}^{(\mu,l-1)}(s,i)+(z_k^l(\mu)-m_{k,k}^{(\mu,l-1)}(l,\mu))\beta_{k,l}^{(h,s)}(\mu,i),l<N-1,k<H; \\ m_{k,h}^{(\mu,N-1)}(s,i)+(z_{k+1}(\mu)-m_{k,k+1}^{(\mu,1)}(N-1,\mu))\beta_{k+1,1}^{(h,s)}(\mu,i),l=N-1,k<H; \\ m_{H,h}^{(\mu,N-1)}(s,i)+(z_1(\mu)-m_{H,1}^{(\mu,N-1)}(N-1,\mu+1))\beta_{1,1}^{(h,s)}(\mu+1,i),l=N-1,k=H. \end{cases} \quad (19)$$

$m_{k,h}^{(\mu,l)}(1,i)=M[X_h(i)/z_\lambda^j(\nu),\lambda=\overline{1,H},j=\overline{1,N-1},\nu=\overline{1,\mu-1};z_\lambda^j(\mu),\lambda=\overline{1,k},j=\overline{1,l}]$ - оптимальная в среднеквадратическом смысле оценка будущих значений исследуемого случайного процесса при условии, что для прогноза применяются результаты измерений $z_\lambda^j(\nu),\lambda=\overline{1,H}$, $j=\overline{1,N-1}$, $\nu=\overline{1,\mu-1}$; $z_\lambda^j(\mu),\lambda=\overline{1,k},j=\overline{1,l}$.

В случае, когда нелинейные стохастические связи и связи между составляющими векторного случайного процесса $\overline{X}(t)$ отсутствуют, прогнозирование выполняется отдельно для каждой составляющей с помощью выражения [4]:

$$m_x^{(\mu)}(i)=\begin{cases} M[X(i)],\mu=0,i=\overline{1,I}, \\ m_x^{(\mu-1)}(i)+[z(\mu)-m_x^{(\mu-1)}(\mu)]\beta_\mu(i),\mu=\overline{1,k},i=\overline{\mu+1,I}; \end{cases} \quad (20)$$

$$D_i=D_z(i)-\sum_{\nu=1}^{i-1}D_\nu\beta_\nu^2(i),i=\overline{1,k}; \quad (21)$$

$$D_i=D_x(i)-\sum_{\nu=1}^{i-1}D_\nu\beta_\nu^2(i),i=\overline{k+1,I}; \quad (22)$$

$$\beta_\nu(i)=\frac{1}{D_\nu}\{R_z(\nu,i)-\sum_{j=1}^{\nu-1}D_j\beta_j(\nu)\beta_j(i)\},\nu=\overline{1,k},i=\overline{\nu,k}; \tag{23}$$

$$\beta_\nu(i)=\frac{1}{D_\nu}\{R_{zx}(\nu,i)-\sum_{j=1}^{\nu-1}D_j\beta_j(\nu)\beta_j(i)\},\nu=\overline{1,k},i=\overline{k+1,I}; \tag{24}$$

$$\beta_\nu(i)=\frac{1}{D_\nu}\{R_x(\nu,i)-\sum_{j=1}^{\nu-1}D_j\beta_j(\nu)\beta_j(i)\},\nu=\overline{k+1,I},i=\overline{k+1,I}. \tag{25}$$

Выводы

Таким образом, получен полиномиальный алгоритм оптимальной экстраполяции случайного процесса, измеряемого с погрешностями. Алгоритм, так же как и каноническое разложение, положенное в его основу, не накладывает никаких существенных ограничений на исследуемый случайный процесс: линейность, марковость, стационарность, монотонность и т.д.

Литература

1. Пугачев В.С. Теория случайных функций и ее применение. -М.:Физматгиз, 1962.-720 с.
2. Кудрицкий В.Д. Прогнозирование надежности радиоэлектронных устройств. - Киев: Техніка, 1982.-168 с.
3. И.П. Атаманюк. Векторный полиномиальный алгоритм оптимальной экстраполяции случайного процесса. // Восточно-Европейский журнал передовых технологий.- 2010. – 2/4 (44). – С. 17-20.
4. Атаманюк И.П., Кудрицкий В.Д. Алгоритм определения оптимальных параметров фильтра - экстраполятора Винера для нестационарных случайных процессов, наблюдаемых с погрешностями.// Кибернетика и системный анализ. - 1996.- N3.- с. 183-186.

Надійшла в редколегію 05.07.2010

Рецензент: д.т.н., проф. Кутковецький В.Я., Чорноморський державний університет ім. П. Могили, Миколаїв.

Atamanyuk I.P.

OPTIMUM POLYNOMIAL EXTRAPOLATION OF VECTOR CASUAL PROCESS, MEASURED WITH ERRORS

It is received optimum polynomial the decision of a problem of the forecast of vector casual process, measured with errors. The algorithm of extrapolation is based on the device of canonical decomposition of casual processes.

І.П. Атаманюк.

ОПТИМАЛЬНА ПОЛІНОМІАЛЬНА ЕКСТРАПОЛЯЦІЯ ВЕКТОРНОГО ВИПАДКОВОГО ПРОЦЕСУ, ЩО ВИМІРЮЄТЬСЯ З ПОХИБКАМИ

Отримано оптимальне поліноміальне рішення задачі прогнозу векторного випадкового процесу, що вимірюється з похибками. Алгоритм екстраполяції базується на апараті канонічних розкладів випадкових процесів.

* * *