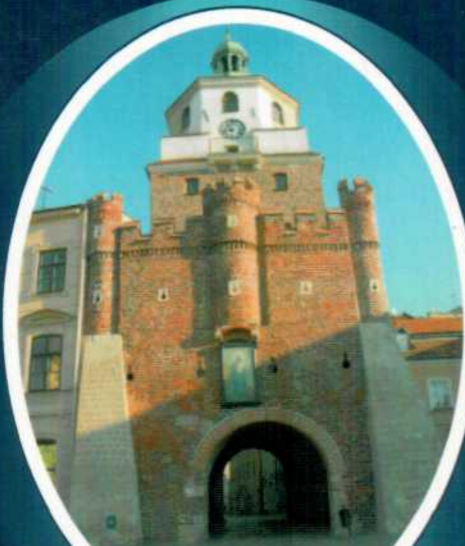
ISSN 1730-8658

MOTROL

MOTORYZACJA I ENERGETYKA ROLNICTWA

MOTORIZATION AND POWER INDUSTRY IN AGRICULTURE



TOM 12 A

LUBLIN 2010

MOTROL, 2010,12A, 78-83

ПОЛИНОМИАЛЬНЫЙ СТОХАСТИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ РАСПОЗНАВАНИЯ РЕАЛИЗАЦИИ СЛУЧАЙНОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ НА БАЗЕ АППАРАТА КАНОНИЧЕСКИХ РАЗЛОЖЕНИЙ.

Vyacheslav Shebanin, Igor Atamanyuk

Mykolayiv State Agrarian University, Ukraine
Krylova Street 17, Mykolayiv 54040, Ukraine

e-mail: atamanyuk_igor@mail.ru

Аннотация. Разработан алгоритм распознавания реализации случайной последовательности, базирующийся на полиномиальном каноническом разложении. Полученное решение является существенно проще общего байевского подхода за счет перехода от многомерных плотностей распределения к произведению одномерных плотностей.

Ключевые слова: случайная последовательность, каноническое разложение.

ВВЕДЕНИЕ

Центральную задачу распознавания образов представляет построение на основе систематических теоретических и экспериментальных исследований эффективных вычислительных средств (объединяемых в понятии “системы распознавания”) для отнесения описаний с объектов, явлений, процессов к соответствующим классам.

К задачам распознавания относятся задачи технической и медицинской диагностики, геологического прогнозирования, прогнозирования свойств химических соединений, распознавания свойств динамических и статических объектов в сложной фоновой обстановке и при наличии активных и пассивных помех, прогнозирования урожая, обнаружения лесных пожаров, управления производственными процессами и т.д. Процесс изменения значений параметров реальных физических объектов в силу воздействия различных случайных факторов является стохастическим и, следовательно, для принятия решения о принадлежности объекта некоторому классу необходимо использовать вероятностные методы анализа.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Без ограничения общности рассуждений предположим, что для некоторого контролируемого параметра X заданы две различающиеся между собой случайные последовательности $X^{(1)}(i)$ и $X^{(2)}(i), i=\overline{1,I}$. Данные последовательности описывают реализации параметра X в моменты времени $t_i, i = \overline{1, I}$. В результате опыта получена некоторая последовательность значений $x(i), i = \overline{1, I}$, о которой априорно известно, что она порождена одной из случайных последовательностей $X^{(1)}(i)$ и $X^{(2)}(i), i = \overline{1, I}$. Требуется определить к какой именно из этих последовательностей (к какому из двух классов) относится данная реализация. Предполагается, что каждая из случайных последовательностей полностью задана своей дискретизированной моментной функцией $M\left[X^{\lambda}(\nu)X^{h}(i)\right], \lambda, h = \overline{1, N}, \nu, i = \overline{1, I}$.

РЕШЕНИЕ

Сформулированная таким образом задача распознавания полностью сводится к стандартной байесовской постановке [1].

Апостериорная вероятность принадлежности I-мерного вектора $\bar{x} = \{x(1), x(2), \dots, x(I)\}$ каждому из классов может быть вычислена как:

$$P\{j/\bar{x}\} = \frac{f_I(\bar{x}/j)P_j}{f_I(\bar{x})}, j = \overline{1,2}, \tag{1}$$

$$f_I(\bar{x}/j) = \sum_{j=1}^{2} f_I(\bar{x}/j)P_j, \tag{2}$$

где: $P_j, j = \overline{1,2}$ - априорная вероятность появления реализации, принадлежащей данному классу;

$f_I(\bar{x}/j), j = \overline{1,2}$ - условная плотность распределения признаков $\bar{x}$ при условии, что реализация принадлежит данному классу.

Номер класса j^* выбирается с помощью решающего правила, минимизирующее вероятность ошибки:

$$j^* = \arg\max_j P\{j/\bar{x}\} = \arg\max_j \{f_I(\bar{x}/j)P_j\}. \tag{3}$$

Задача распознавания реализации случайной последовательности сводится к определению принадлежности реализации $\vec{x}$ случайного вектора $\vec{X}$ к одному из двух заданных распределений $f(\vec{x}/1), f(\vec{x}/2)$.

Таким образом, следующим этапом является оценка неизвестных плотностей $f_I(\bar{x}/j), j = \overline{1,2}$, что в свою очередь, учитывая большое количество результатов наблюдения $x(i), i = \overline{1, I}$, является достаточно сложной и трудоемкой процедурой. Данная задача в рамках линейных связей существенно упрощается [2] при переходе от последовательности $x(i), i = \overline{1, I}$ к анализу набора некоррелированных значений $v_i, i=\overline{1,I}$, которые определяются из соотношений [3,4]:

$$v_i = x(i) - M[X(i)] - \sum_{\nu=1}^{i-1} V_\nu \varphi_\nu(i), i=\overline{1,I}, \tag{4}$$

$$\varphi_\nu(i) = \frac{1}{D_\nu}\{M[X(\nu)X(i)] - M[X(\nu)]M[X(i)] - \sum_{j=1}^{\nu-1} D_j \varphi_j(\nu)\varphi_j(i)\}, \nu=\overline{1,I}, i=\overline{\nu,I}. \tag{5}$$

$$D_i = M[X^2(i)] - \{M[X(i)]\}^2 - \sum_{\nu=1}^{i-1} D_\nu \varphi_\nu^2(i), i=\overline{1,I}, \tag{6}$$

где: $\varphi_\nu(i), \nu, i=\overline{1,I}$ - неслучайная координатная функция: $\varphi_\nu(\nu)=1, \varphi_\nu(i)=0$, если $\nu > i$; $D_\nu = M[V_\nu^2]$ - дисперсия случайных коэффициентов $V_\nu, i=\overline{1,I}$ $M[V_\nu]=0; M[V_\nu V_\mu]=0, \nu \neq \mu$.

В этом случае замена $\vec{x}$ на вектор $\vec{v}$ с учетом $f_I(\vec{v}/j) = \prod_{i=1}^{I} f_1(v_i/j), j=\overline{1,2}$ приводит к последовательной аппроксимации I одномерных плотностей распределения.

Снятие ограничения о нормальном распределении случайных последовательностей $X^{(1)}(i)$ и $X^{(2)}(i), i=\overline{1,I}$ возможно в результате использования соответствующего нелинейного канонического разложения [5-7]:

$$V_i^{(\lambda)} = X^\lambda(i) - M\left[X^\lambda(i)\right] - \sum_{\nu=1}^{i-1}\sum_{j=1}^{N-1} V_\nu^{(j)} \beta_{\lambda\nu}^{(j)}(i) - \sum_{j=1}^{\lambda-1} V_i^{(j)} \beta_{\lambda i}^{(j)}(i), i=\overline{1,I}, \tag{7}$$

$$D_\lambda(i) = M\left[\left\{V_i^{(\lambda)}\right\}^2\right] = M\left[X^{2\lambda}(i)\right] - M^2\left[X^\lambda(i)\right] - \sum_{\mu=1}^{i-1}\sum_{j=1}^{N-1} D_j(\mu)\left\{\beta_{\lambda\mu}^{(j)}(i)\right\}^2 - \sum_{j=1}^{\lambda-1} D_j(i)\left\{\beta_{\lambda i}^{(j)}(i)\right\}^2, i=\overline{1,I}, \tag{8}$$

$$\beta_{h\nu}^{(\lambda)}(i) = \frac{M\left[V_\nu^{(\lambda)}\left(X^h(i) - M\left[X^h(i)\right]\right)\right]}{M\left[\left\{V_\nu^{(\lambda)}\right\}^2\right]} = \frac{1}{D_\lambda(\nu)}\Big(M\left[X^\lambda(\nu)X^h(i)\right] - M\left[X^\lambda(\nu)\right]M\left[X^h(i)\right] - \sum_{\mu=1}^{\nu-1}\sum_{j=1}^{N-1} D_j(\mu)\beta_{\lambda\mu}^{(j)}(\nu)\beta_{h\mu}^{(j)}(i) - \sum_{j=1}^{\lambda-1} D_j(\nu)\beta_{\lambda\nu}^{(j)}(\nu)\beta_{h\nu}^{(j)}(i), \lambda=\overline{1,N}, \nu=\overline{1,i}. \tag{9}$$

Рассматриваемые случайные последовательности с помощью (7)-(9) могут быть представлены с помощью массива некоррелированных случайных коэффициентов $V_i^{(\lambda)}, i=\overline{1,I}, \lambda=\overline{1,N}$. Каждый из данных коэффициентов содержит информацию о соответствующем значении $X^{\lambda}(i), \lambda=\overline{1,N}, i=\overline{1,I}$, а координатные функции $\beta_{h\nu}^{\lambda}(i), \lambda, h=\overline{1,N}, \nu, i=\overline{1,I}$ описывают вероятностные связи порядка $\lambda+h$ между сечениями t_ν и $t_i, \nu, i=\overline{1,I}$. Учитывая различные свойства $X^{(1)}(i)$ и $X^{(2)}(i), i=\overline{1,I}$ параметры канонического разложения (7)-(9) являются уникальными для исследуемых последовательностей. Преимущество использования разложения (7)-(9) заключается в том, что из некоррелированности $V_i^{(N)}, i=\overline{1,I}$ следует их независимость, так как все стохастические связи более низких порядков из данных коэффициентов удалены. Таким образом, также как и в предыдущем случае, перевод задачи распознавания из I -мерного пространства признаков $\{X(1),...,X(I)\}$ в пространство признаков $\{V_1^{(N)},...,V_I^{(N)}\}$ такой же размерности упрощает процедуру оценки плотностей распределения $f_I(v_1^{(N)},...,v_I^{(N)}/j)=\prod_{i=1}^{I} f_1(v_i^{(N)}/j), j=\overline{1,2}$, которая сводится к аппроксимации I одномерных плотностей распределения. Так как нет никаких предположений о виде плотностей распределения $f_1(v_i^{(N)}/j), j=\overline{1,2}, i=\overline{1,I}$ возникает необходимость применения непараметрических методов.

Наиболее простым и эффективным решением задачи оценивания неизвестной одномерной плотности распределения является использование непараметрических оценок парзеновского типа [8]. При этом оценка искомой плотности распределения $f_1(v_i^{(N)})$ случайной величины $V_i^{(N)}$ по L ее реализациям $v_{i,l}^{(N)}, l=\overline{1,L}$ представляется в виде:

$$f_L(v_i^{(N)})=\frac{1}{dL}\sum_{l=1}^{L} g(u_l), \tag{10}$$

где: $u_l=d^{-1}(v_i^{(N)}-v_{i,l}^{(N)}), g(u_l)$ - некоторая весовая функция (ядро), d - константа (коэффициент размытости).

Оценка (10) во всех точках области определения получается несмещенной, состоятельной и равномерно сходится к искомой плотности распределения $f_1(v_i^{(N)})$ с вероятностью единица, если весовая функция удовлетворяет условиям [8]:

$$g(u)\ge 0;\ \sup_u |g(u)|<\infty;\ \lim_{u\to\pm\infty}|ug(u)|=0;\ \int_{-\infty}^{+\infty} g(u)du=1, \tag{11}$$

а константа d выбирается в зависимости от числа наблюдений с соблюдением условий:

$$d>0;\ \lim_{L\to+\infty} d(L)=0;\ \lim_{L\to+\infty} d(L)L=\infty. \tag{12}$$

При дополнительном условии симметричности функции ядра $g(u)=g(-u)$ его оптимальная структура по критерию минимума интегральной среднеквадратической ошибки аппроксимации имеет параболический вид [9,10]:

$$g(u)=\begin{cases} a-bu, & |u|\le\gamma; \\ 0, & |u|>\gamma; \end{cases} \tag{13}$$

где: a, b и γ - некоторые константы.

Выбор в качестве функции ядра $g(u)$ равномерной плотности распределения [11] максимально упрощает процедуру аппроксимации неизвестной плотности распределения $f_1(v_i^{(N)})$. В данном случае коэффициент размытости определяется из соотношения:

$$d=0{,}5\sup_{l}\left|v_{i,l}^{(N)}-v_{i,l-1}^{(N)}\right|, v_{i,l}^{(N)}>v_{i,l-1}^{(N)}, l=\overline{2,L}. \tag{14}$$

С использованием (14) ядро приобретает вид:

$$g_l(v_i^{(N)})=d^{-1}\begin{cases} 0{,}5, & v_{i,l}^{(N)}-d\le v_i^{(N)}\le v_{i,l}^{(N)}+d, \\ 0, & \left|v_i^{(N)}-v_{i,l}^{(N)}\right|>d, \end{cases} \quad l=\overline{1,L}. \tag{15}$$

Оценка плотности распределения $f_1(v_i^{(N)})$ запишется как:

$$f_L(v_i^{(N)})=L^{-1}\sum_{l=1}^{L}g_l(v_i^{(N)}). \tag{16}$$

ВЫВОДЫ

Таким образом, получен стохастический алгоритм распознавания реализации случайной последовательности на базе аппарата канонических разложений, который является существенно проще общего байесовского решения за счет перехода от обобщенных I-мерных плотностей распределения к произведению I одномерных плотностей, каждая из которых описывает поведение исследуемой последовательности в соответствующий момент измерения контролируемого параметра.

Данное решение задачи распознавания может быть обобщено на случай векторных случайных последовательностей при числе классов больше двух.

ЛИТЕРАТУРА

1. Левин Б.Р.: Теоретические основы статистической радиотехники. т. 2.- М.:Сов. радио, 1968.- 503 с.

2. Васильев Б. В.: Прогнозирование надежности и эффективности радиоэлектронных устройств. - М.: Сов. радио, 1970.- 335 с.

3. Пугачев В.С.: Теория случайных функций и ее применение.- М.:Физматгиз,1962.-720с.

4. Кудрицкий В.Д.: Прогнозирующий контроль радиоэлектронных устройств.-Киев:Техніка,1982.-168с.

5. Атаманюк И.П.: Алгоритм реализации нелинейной случайной последовательности на базе ее канонического разложения. // Электронное моделирование.- 2001.-№5.с.38-46.

6. Атаманюк И.П.: Полиномиальный алгоритм оптимальной экстраполяции параметров стохастических систем. //Управляющие системы и машины. – 2002.- №1.

7. Атаманюк И.П.: Алгоритм экстраполяции нелинейного случайного процесса на базе его канонического разложения. //Кибернетика и системный анализ.2005.-№2

8. Parzen E.: On the estimation of probability density function and the mode // Ann. Math. Stat. 1962. V. 33. P. 1065-1076.

9. *Епанечников В.А.: Непараметрическая оценка многомерной плотности* вероятности. // Теория вероятностей и ее применение. – 1969.- №1.- С. 156-161.

10. Рубан А.И.: Непараметрические процедуры сглаживания результатов эксперимента.// В сб.: Системы управления, вып. 2. – Томск. Изд. Томского ун-та, 1977.- С. 46-54.

11. Кудрицкий В.Д.: Фильтрация, экстраполяция и распознавание реализаций случайных функций. – К.:ФАДА, ЛТД, 2001.-176 с.

POLYNOMIAL STOCHASTIC ALGORITHM OF RECOGNITION OF REALIZATION OF CASUAL SEQUENCE ON THE BASIS OF THE DEVICE OF CANONICAL DECOMPOSITION.

Summary. The algorithm of recognition of realization of the casual sequence, based on polynomial canonical decomposition is developed. The received decision is essentially easier the general Bayes approach due to transition from multivariate density of distribution to product of one-dimensional density.

Key words: casual sequence, canonical decomposition.

Reviewer: Yury Seleznyov, Prof. Sc. D. Eng.