

ISSN 1730-8658

MOTROL

MOTORYZACJA I ENERGETYKA
ROLNICTWA

MOTORIZATION AND POWER INDUSTRY
IN AGRICULTURE



TOM 13 A

LUBLIN 2011

ИНФОРМАЦИОННАЯ ТЕХНОЛОГИЯ ОПТИМАЛЬНОЙ ПОЛИНОМИАЛЬНОЙ ЭКСТРАПОЛЯЦИИ РЕАЛИЗАЦИИ СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА С ФИЛЬТРАЦИЕЙ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗМЕРЕНИЙ

Igor Atamanyuk*, Yuriy Kondratenko**

*Mykolayiv State Agrarian University, Ukraine
Krylova Street 17, Mykolayiv 54040, Ukraine
e-mail: atamanyuk_igor@mail.ru

**Petro Mohyla Black Sea State University
68-th Desantnykiv Str.eet 10, Mykolaiv 54003, Ukraine
e-mail: y_kondratenko@rambler.ru

Аннотация. Получен полиномиальный алгоритм оптимальной экстраполяции случайного процесса с фильтрацией погрешностей измерений. Алгоритм прогноза также как и каноническое разложение, положенное в его основу, не накладывает никаких существенных ограничений на класс исследуемых случайных процессов (линейность, марковость, стационарность, монотонность и т.д.).

Ключевые слова: случайная последовательность, каноническое разложение.

ВВЕДЕНИЕ

Решение многих актуальных научно-технических задач связано с применением экстраполирующих алгоритмов и устройств, которые по известной т.е. доступной наблюдению части процесса позволяют сделать оценки неизвестной недоступной его части. В частности экстраполирующие алгоритмы используются в системах автоматического управления инерционными объектами и в системах с запаздыванием. Исключительно широкое распространение получил алгоритм линейного прогнозирования, используемый в вокодерах современных систем цифровой связи, в системах сжатия аудио- и видеосигналов [1]. Также широко применяются прогнозирующие алгоритмы на основе нейронных сетей, фильтры Калмана-Бьюси, метод группового учета аргументов и ряд других [2-7]. Однако, несмотря на указанное разнообразие, потребность в быстродействующих, робастных и максимально точных алгоритмах и устройствах прогноза продолжает быть актуальной в настоящее время и в перспективе.

ИНФОРМАЦИОННАЯ ТЕХНОЛОГИЯ

Наиболее универсальное решение задачи прогноза получено в [8] в предположении, что исследуемый случайный процесс $X(t)$ задан своим каноническим разложением [9] в дискретном ряде точек $t_i, i = \overline{1, I}$

$$X(i) = \sum_{v=1}^i V_v \varphi_v(i), \quad i = \overline{1, k}. \quad (1)$$

Универсальность полученного решения определяется тем, что каноническое разложение (1) существует и точно описывает в точках t_i любой случайный процесс с конечной дисперсией.

В (1) без ограничения общности положено $M[X(i)] = 0, i = \overline{1, I}$, а элементы канонического разложения определены стандартным образом:

$$V_1 = X(1), V_i = X(i) - \sum_{v=1}^{i-1} V_v \varphi_v(i), i = \overline{2, I}; \quad (2)$$

$$D_1 = D_x(1), D_i = D_x(i) - \sum_{v=1}^{i-1} D_v \varphi_v^2(i), i = \overline{2, I}; \quad (3)$$

$$\varphi_\mu(i) = \frac{1}{D_\mu} [R_x(\mu, i) - \sum_{v=1}^{\mu-1} D_v \varphi_v(\mu) \varphi_v(i)], \mu = \overline{1, I}, i = \overline{\mu, I}. \quad (4)$$

В (3), (4) $D_x(i), i = \overline{1, I}$, - дискретизированная функция дисперсии, а $R_x(\mu, i), \mu = \overline{1, I}, i = \overline{\mu, I}$, - корреляционная матрица случайной последовательности $X(i), i = \overline{1, I}$.

На базе представления (1) алгоритм оптимальной в среднеквадратическом смысле линейной экстраполяции реализации случайного процесса $X(t)$ по k известным последовательным начальным значениям $X(\mu) = x(\mu), \mu = \overline{1, k}, k < I$, может быть представлен в одной из двух эквивалентных форм.

Первая из них представляет собой рекуррентное соотношение

$$m_x^{(\mu)}(i) = \begin{cases} 0, \mu = 0, i = \overline{1, I}, \\ m_x^{(\mu-1)}(i) + [x(\mu) - m_x^{(\mu-1)}(\mu)] \varphi_\mu(i), \mu = \overline{1, k}, i = \overline{\mu+1, I}. \end{cases} \quad (5)$$

Вторая явная форма записи имеет вид

$$m_x^{(k)}(i) = \sum_{\mu=1}^k x(\mu) f_\mu^{(k)}(i), i = \overline{k+1, I}, \quad (6)$$

где $f_\mu^{(k)}(i)$ - весовые функции, которые определяются через координатные функции $\varphi_v(i)$ исходного канонического разложения (1) рекуррентным образом:

$$f_\mu^{(k)}(i) = \begin{cases} f_\mu^{(k-1)}(i) - f_\mu^{(k-1)}(k) \varphi_k(i), \mu \leq k-1 \\ \varphi_k(i), \mu = k. \end{cases} \quad (7)$$

В предположении, что в процессе $X(t)$ имеют место только корреляционные связи выражения (5), (6) определяют условное математическое ожидание случайного процесса

$$X^{(k)}(i) = m_x^{(k)}(i) + \sum_{v=k+1}^i V_v \varphi_v(i), i = \overline{k+1, I}, \quad (8)$$

возникающего из априорного при условии $X(\mu) = x(\mu), \mu = \overline{1, k}$.

Таким образом, оценки (5), (6) будущих значений экстраполируемой реализации процесса обеспечивают минимум среднего квадрата ошибки прогноза

$$E_x^{(k)}(i) = M\left[m_x^{(k)}(i) - X(i)\right]^2, i = \overline{k+1, I}, \quad (9)$$

равный дисперсии апостериорного процесса

$$E_x^{(k)}(i) = D_x^{(k)}(i) = \sum_{v=k+1}^i D_v \varphi_v^2(i), i = \overline{k+1, I}. \quad (10)$$

Увеличение объема информации о случайном процессе используемой в алгоритме прогноза возможно на базе канонического разложения [10]

$$X(i) = M[X(i)] + \sum_{v=1}^i \sum_{\lambda=1}^{N-1} W_v^{(\lambda)} \beta_{iv}^{(\lambda)}(i), i = \overline{1, I}. \quad (11)$$

Элементы разложения (11) определяются следующими рекуррентными соотношениями:

$$W_v^{(\lambda)} = X^\lambda(v) - \sum_{\mu=1}^{v-1} \sum_{j=1}^{N-1} W_\mu^{(j)} \beta_{\lambda\mu}^{(j)}(v) - \sum_{j=1}^{\lambda-1} W_v^{(j)} \beta_{\lambda v}^{(j)}(v), v = \overline{1, I}; \quad (12)$$

$$D_\lambda(v) = M\left\{W_v^{(\lambda)}\right\}^2 = M[X^2(v)] - \sum_{\mu=1}^{v-1} \sum_{j=1}^{N-1} D_j(\mu) \left\{\beta_{\lambda\mu}^{(j)}(v)\right\}^2 - \sum_{j=1}^{\lambda-1} D_j(v) \left\{\beta_{\lambda v}^{(j)}(v)\right\}^2, v = \overline{1, I}; \quad (13)$$

$$\beta_{hv}^{(\lambda)}(i) = \frac{M\left[W_v^{(\lambda)} X^h(i)\right]}{M\left\{W_v^{(\lambda)}\right\}^2} = \frac{1}{D_\lambda(v)} \left\{M\left[X^\lambda(v) X^h(i)\right] - \sum_{\mu=1}^{v-1} \sum_{j=1}^{N-1} D_j(\mu) \beta_{\lambda\mu}^{(j)}(v) \beta_{hi}^{(j)}(i) - \sum_{j=1}^{\lambda-1} D_j(v) \beta_{\lambda v}^{(j)}(v) \beta_{hv}^{(j)}(i)\right\}, \lambda = \overline{1, h}, v = \overline{1, I}. \quad (14)$$

В каноническом разложении (11) случайный процесс $X(t)$ представлен в исследуемом ряде точек $t_i, i = \overline{1, I}$ с помощью $N-1$ массивов $\{W_i^{(\lambda)}\}, \lambda = \overline{1, N-1}$ некоррелированных центрированных случайных коэффициентов $W_i^{(\lambda)}, i = \overline{1, I}$. Данные коэффициенты содержат информацию о значениях $X^\lambda(i), \lambda = \overline{1, N-1}, i = \overline{1, I}$, а координатные функции $\beta_{hv}^{(\lambda)}(i), \lambda, h = \overline{1, N-1}, v, i = \overline{1, I}$ описывают вероятностные связи порядка $\lambda+h$ между сечениями t_v и $t_i, v, i = \overline{1, I}$.

Алгоритм экстраполяции также как и в линейном случае (5),(6) имеет две формы записи [11]

$$m_x^{(\mu, l)}(h, i) = \begin{cases} 0, \mu = 0; \\ m_x^{(\mu, l-1)}(h, i) + (x^h(\mu) - m_x^{(\mu, l-1)}(l, \mu)) \varphi_{h\mu}^{(l)}(i), l \neq 1, \\ m_x^{(\mu, N-1)}(h, i) + (x^h(\mu) - m_x^{(\mu-1, N-1)}(l, \mu)) \varphi_{h\mu}^{(1)}(i), l = 1. \end{cases} \quad (15)$$

либо

$$m_x^{(k, N-1)}(1, i) = \sum_{j=1}^k \sum_{v=1}^{N-1} x^v(j) S_{((j-1)(N-1)+v)}^{(k(N-1))}((i-1)(N-1)+1), \quad (16)$$

где

$$S_{\lambda}^{(\alpha)}(\xi) = \begin{cases} S_{\lambda}^{(\alpha-1)}(\xi) - S_{\lambda}^{(\alpha-1)}(\alpha)\gamma_{\lambda}(i), & \lambda \leq \alpha - 1; \\ \gamma_{\alpha}(\xi), & \lambda = \alpha; \end{cases} \quad (17)$$

$$\gamma_{\alpha}(\xi) = \begin{cases} \beta_{1, [\alpha/(N-1)]+1}^{(\text{mod}_{N-1}(\alpha))}([\alpha/(N-1)]+1), & \text{для } \xi \leq k(N-1); \\ \beta_{1, [\alpha/(N-1)]+1}^{(\text{mod}_{N-1}(\alpha))}(i), & \text{если } \xi = (i-1)(N-1)+1. \end{cases} \quad (18)$$

При этом средний квадрат погрешности экстраполяции определяется как

$$M[X(i/x^v(j), v = \overline{1, N-1}, j = \overline{1, k}) - m_x^{(k, N-1)}(1, i)] = M[X^2(i)] - \sum_{j=1}^k \sum_{v=1}^{N-1} M[(W_j^{(v)})^2] \beta_{1, j}^{(v)}(i)^2, i = \overline{k+1, I}. \quad (19)$$

Выражение $m_x^{(\mu, I)}(h, i) = M[X^h(i)/x^v(j), j = \overline{1, \mu-1}, v = \overline{1, N-1}; x^v(\mu), v = \overline{1, I}]$ для $h = 1, I = N-1, \mu = k$ является несмещенной оптимальной оценкой $m_x^{(k, N-1)}(1, i)$ будущего значения $x(i), i = \overline{k+1, I}$, при условии, что для вычисления данной оценки используются значения $x^v(j), v = \overline{1, N-1}, j = \overline{1, k}$ т.е. известны результаты измерений случайного процесса $X(t)$ в точках $t_j, j = \overline{1, k}$. Однако в реальных ситуациях предположение о том, что измеренные значения $x(j), j = \overline{1, k}$ известны абсолютно точно никогда не выполняется.

Положим, что в результате измерений наблюдается случайный процесс

$$Z(i) = X(i) + Y(i), i = \overline{1, I}, \quad (20)$$

где $Y(i), i = \overline{1, I}$, - случайная погрешность измерения, $X(i), i = \overline{1, I}$, - ненаблюдаемая составляющая. Без ограничения общности предполагается, что составляющие (20) некоррелированы $M[X(i), Y(j)] = 0, i, j = \overline{1, I}$ и $M[X(i)] = M[Y(i)] = 0, i = \overline{1, I}$.

В рамках такой постановки простейшее решение задачи предполагает использование для прогноза алгоритма (5), (6), подставляя в него результаты измерений

$$m_{x/z}^{(\mu)}(i) = \begin{cases} 0, \mu = 0, i = \overline{1, I}, \\ m_{x/z}^{(\mu-1)}(i) + [z(\mu) - m_{x/z}^{(\mu-1)}(\mu)] \varphi_{\mu}(i), \mu = \overline{1, k}, i = \overline{\mu+1, I}. \end{cases} \quad (21)$$

или

$$m_{x/z}^{(k)}(i) = \sum_{\mu=1}^k z(\mu) f_{\mu}^k(i), i = \overline{k+1, I}. \quad (22)$$

Условное математическое ожидание по-прежнему остается несмещенной оценкой будущих значений истинной экстраполируемой реализации. При этом ошибка одиночной экстраполяции запишется как:

$$\Delta_{x/z}^{(k)}(i) = m_{x/z}^{(k)}(i) - x^{(k)}(i), i = \overline{k+1, I},$$

где $x^{(k)}(i), i = \overline{k+1, I}$ - истинные значения экстраполируемой реализации в области прогноза. Эти значения фактически неизвестны и в области прогноза реализация $x^{(k)}(i)$ развивается случайным образом, вследствие чего ошибка одиночной экстраполяции приобретает случайный характер:

$$\delta_{x/z}^{(k)}(i) = m_{x/z}^{(k)}(i) - m_x^{(k)}(i) - \sum_{v=k+1}^I V_v \varphi_v(i) \quad (23)$$

Применение к последнему выражению операции математического ожидания

$$S^{(k)}(i) = M[\delta_{x/z}^{(k)}(i)] = m_{x/z}^{(k)}(i) - m_x^{(k)}(i) = \sum_{\mu=1}^k y(\mu) f_{\mu}^{(k)}(i), i = \overline{k+1, I}, \quad (24)$$

показывает, что в данном случае в отличие от идеального, одиночная экстраполяция сопровождается условной систематической ошибкой.

Соответственно дисперсия погрешности одиночной экстраполяции из (23),(24) определяется как

$$M[|\delta_z^{(k)}(i) - S^{(k)}(i)|^2] = \sum_{v=k+1}^I D_v \varphi_v^2(i) = D_x^{(k)}(i), i = \overline{k+1, I}, \quad (25)$$

С использованием (23), (24) средний квадрат погрешности одиночной экстраполяции запишется в виде

$$E_{z/z}^{(k)}(i/z(\mu), \mu = \overline{1, k}) = \{S^{(k)}(i)\}^2 + D_x^{(k)}(i), i = \overline{k+1, I}. \quad (26)$$

Поскольку погрешность (26) является условной, для полной характеристики точности алгоритма (21),(22) необходимо усреднение (26) по условию, в предположении, что значения $z(\mu), \mu = \overline{1, k}$ случайны, что дает окончательное выражение для среднего квадрата ошибки прогноза

$$E_{x/z}^{(k)}(i) = \sum_{\mu=1}^k \sum_{v=1}^k R_y(\mu, v) f_{\mu}^{(k)}(i) f_v^{(k)}(i) + D_x^{(k)}(i), i = \overline{k+1, I}. \quad (27)$$

Повышение качества экстраполяции случайного процесса $X(t)$, наблюдаемого с шумами, возможно за счет перехода от результатов измерения $z(\mu), \mu = \overline{1, k}, k < I$ к оценке [12]

$$x(\mu) = (1 - B^{(\mu)}) m_x^{(\mu-1)}(\mu) + B^{(\mu)} z(\mu), \mu = \overline{1, k}. \quad (28)$$

Алгоритм оптимальной линейной экстраполяции с предварительной фильтрацией погрешностей измерения приобретает вид

$$m_x^{(\mu)}(i) = \begin{cases} 0, \mu = 0, i = \overline{1, I}, \\ m_x^{(\mu)}(i) + B^{(\mu)} [z(\mu) - m_x^{(\mu-1)}(\mu)] \varphi_{\mu}(i), \mu = \overline{1, k}, i = \overline{\mu+1, I}, \end{cases} \quad (29)$$

или

$$m_x^{(k)}(i) = \sum_{\mu=1}^k z(\mu) L_{\mu}^{(k)}(i), k < I, i = \overline{k+1, I}. \quad (30)$$

где $L_{\mu}^{(k)}(i)$ - аналогичные (7) весовые функции, определяемые как

$$L_{\mu}^{(k)}(i) = \begin{cases} L_{\mu}^{(k-1)}(i) - L_{\mu}^{(k)}(k) B^{(k)} \varphi_k(i), \mu < k, \\ B^{(k)} \varphi_k(i), \mu = k, \end{cases} \quad (31)$$

Коэффициенты $B^{(\mu)}, \mu = \overline{1, k}$ определяются из условия минимума среднего квадрата погрешности фильтрации с помощью выражения

$$B^{(k)} = \frac{B_1^{(k)} + B_2^{(k)} - B_3^{(k)}}{B_1^{(k)} + B_2^{(k)} - 2B_3^{(k)} + D_y(k)}, \quad (32)$$

где

$$\begin{aligned} B_1^{(k)} &= D_x(k) - 2 \sum_{\mu=1}^{k-1} R_x(\mu, k) L_{\mu}^{(k-1)}(k) + \sum_{\mu=1}^{k-1} \sum_{v=1}^{k-1} R_x(\mu, v) L_{\mu}^{(k-1)}(k) L_v^{(k-1)}(k); \\ B_2^{(k)} &= \sum_{\mu=1}^{k-1} \sum_{v=1}^{k-1} R_y(\mu, v) L_{\mu}^{(k-1)}(k) L_v^{(k-1)}(k); \\ B_3^{(k)} &= \sum_{\mu=1}^{k-1} R_y(\mu, k) L_{\mu}^{(k-1)}(k). \end{aligned}$$

Средний квадрат погрешности экстраполяции с использованием алгоритма линейной фильтрации определяется как

$$\begin{aligned} E_{x/y/x}^{(k)}(i) &= \sum_{\mu=1}^k \sum_{v=1}^k R_x(\mu, v) [L_{\mu}^{(k)}(i) - f_{\mu}^{(k)}(i)] [L_v^{(k)}(i) - f_v^{(k)}(i)] + \\ &+ \sum_{\mu=1}^k \sum_{v=1}^k R_y(\mu, v) L_{\mu}^{(k)}(i) L_v^{(k)}(i) + D_x^{(k)}(i), i = \overline{k+1, I}. \end{aligned} \quad (33)$$

Дополнительное снижение погрешности прогноза возможно за счет использования в операции фильтрации полиномиального алгоритма экстраполяции (15), (16), в котором учтены нелинейные свойства исследуемого случайного процесса. Несмещенная оценка неизвестной величины $x(\mu)$, рассматриваемая как взвешенное среднее результата прогноза на μ -й шаг $m_x^{(k, N-1)}(1, \mu)$ и результата μ -того измерения $z(\mu)$,

запишется как

$$x(\mu) = (1 - F^{(\mu)}) m_x^{(k, N-1)}(1, \mu) + F^{(\mu)} z(\mu), \mu = \overline{1, k}. \quad (34)$$

Путем последовательной подстановки с использованием оценки (34) алгоритм экстраполяции (15) приводится к виду

$$m_x^{(\mu, l)}(h, i) = \begin{cases} 0, \mu = 0; \\ m_x^{(\mu, l-1)}(h, i) + F^{(\mu)} (z^h(\mu) - m_x^{(\mu, l-1)}(l, \mu)) \varphi_{h\mu}^{(l)}(i), l \neq 1, \\ m_x^{(\mu, N-1)}(h, i) + F^{(\mu)} (z^h(\mu) - m_x^{(\mu, N-1)}(l, \mu)) \varphi_{h\mu}^{(1)}(i), l = 1. \end{cases} \quad (35)$$

Алгоритм (35) имеет эквивалентную явную форму записи

$$m_x^{(k, N-1)}(1, i) = \sum_{j=1}^k \sum_{v=1}^{N-1} z^v(j) G_{((j-1)(N-1)+v)}^{(k(N-1))} ((i-1)(N-1)+1), \quad (36)$$

где

$$G_{\lambda}^{(\alpha)}(\xi) = \begin{cases} G_{\lambda}^{(\alpha-1)}(\xi) - G_{\lambda}^{(\alpha-1)}(\alpha) \gamma_{\lambda}(i), \lambda \leq \alpha-1; \\ \gamma_{\lambda}(\xi), \lambda = \alpha; \end{cases} \quad (37)$$

$$\gamma_{\alpha}(\xi) = \begin{cases} F^{([\alpha/(N-1)]+1)} \beta_{1, [\alpha/(N-1)]+1}^{(\text{mod}_{N-1}(\alpha))} ([\alpha/(N-1)]+1), \text{ для } \xi \leq k(N-1); \\ F^{([\alpha/(N-1)]+1)} \beta_{1, [\alpha/(N-1)]+1}^{(\text{mod}_{N-1}(\alpha))}(i), \text{ если } \xi = (i-1)(N-1)+1. \end{cases} \quad (38)$$

Оптимальные значения весовых коэффициентов определяются из условия минимума среднего квадрата погрешности фильтрации

$$E_{\phi}(k) = M\left[|X(k) - \hat{X}(k)|^2\right] = M\left[(1 - F^{(k)}) \times \sum_{j=1}^k \sum_{v=1}^{N-1} z^v(j) G_{((j-1)(N-1)+v)}^{((k-1)(N-1))} ((k-1)(N-1)+1) + F^{(k)} Z(k) - X(k)\right]^2. \quad (39)$$

После дифференцирования этого выражения по $F^{(k)}$ и решения соответствующего уравнения получаем выражение для расчета оптимального значения коэффициента

$$F^{(k)} = \frac{F_1^{(k)} + F_2^{(k)} - F_3^{(k)}}{F_1^{(k)} + F_2^{(k)} - 2F_3^{(k)} + D_y(k)}, \quad (40)$$

где

$$\begin{aligned} F_1^{(k)} &= D_x(k) - 2 \sum_{j=1}^{k-1} \sum_{v=1}^{N-1} M[x^v(j)x(k)] G_{((j-1)(N-1)+v)}^{((k-1)(N-1))} ((k-1)(N-1)+1) + \\ &+ \sum_{j=1}^{k-1} \sum_{v=1}^{N-1} \sum_{l=1}^{k-1} \sum_{\mu=1}^{N-1} M[x^v(j)x^\mu(l)] G_{((j-1)(N-1)+v)}^{((k-1)(N-1))} ((k-1)(N-1)+1) \times \\ &\times G_{((l-1)(N-1)+\mu)}^{((k-1)(N-1))} ((k-1)(N-1)+1); \\ F_2^{(k)} &= \sum_{j=1}^{k-1} \sum_{v=1}^{N-1} \sum_{l=1}^{k-1} \sum_{\mu=1}^{N-1} M[y^v(j)y^\mu(l)] G_{((j-1)(N-1)+v)}^{((k-1)(N-1))} ((k-1)(N-1)+1) \times \\ &\times G_{((l-1)(N-1)+\mu)}^{((k-1)(N-1))} ((k-1)(N-1)+1); \\ F_3^{(k)} &= \sum_{j=1}^{k-1} \sum_{v=1}^{N-1} M[y^v(j)y(k)] G_{((j-1)(N-1)+v)}^{((k-1)(N-1))} ((k-1)(N-1)+1). \end{aligned}$$

Каждый элемент формулы (40) имеет очевидный физический смысл. В частности, слагаемое $F_1^{(k)}$ определяет вклад в результирующую погрешность, вносимый стохастической природой процесса $X(t)$, слагаемые $F_2^{(k)}$ и $F_3^{(k)}$ связаны с погрешностями прошлых измерений, а слагаемое $D_y(k)$ есть дисперсия последнего измерения.

Следует отметить, что несмотря на относительную громоздкость выражений алгоритм (36),(37) является достаточно простым в вычислительном отношении так как все параметры могут быть определены предварительно до решения задачи прогноза.

ВЫВОДЫ

Таким образом, получен полиномиальный алгоритм оптимальной экстраполяции случайного процесса с фильтрацией погрешностей измерений, не накладывающий существенных ограничений на класс исследуемых случайных процессов (линейность, марковость, стационарность, монотонность и т.д.)

ЛИТЕРАТУРА

1. Оппенгейм Э. Цифровая обработка речевых сигналов. //Применение цифровой обработки сигналов. /Под. ред. Э.Оппенгейма.-М.:Мир, 1980.-550 с.
2. Колмогоров А.Н. Интерполирование и экстраполирование стационарных случайных последовательностей. //Известия АН СССР. Сер. Мат.-1941.-№5-С. 3-14.

3. Wiener N. The interpolation, extrapolation and smoothing of stationary time series.-N.Y.J. Wiley, 1949.-169 p.
4. Kalman R.E. and Busi R.S. A new results in leaner filtering and prediction theory. // Trans. ASME. J.Basic End., 1961.
5. Ивахнеко А.Г. Начала индуктивной теории нечетного распознавания и прогнозирования случайных процессов и событий. – Киев, 1991. – 48 с. – (Преп./АН УССР. Ин-т кибернетки АН Украины; 91-32).
6. Ивахнеко А.Г. Долгосрочное прогнозирование и управление сложными. – Киев: Техніка, 1975, - 312 с.
7. Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов, прогноз и управление. Вып. 1:Пер.с англ./Под ред. В.Ф. Писаренко.-М.:Мир, 1974. - 406 с.
8. Кудрицкий В.Д. Прогнозирующий контроль радиоэлектронных устройств.- К.: Техника, 1982.-168 с.
9. Пугачев В.С. Теория случайных функций и ее применение. -М.:Физматгиз, 1962.-720 с.
10. Атаманюк І.П. Поліноміальний канонічний розклад скалярного випадкового процесу зміни параметрів радіоелектронних пристроїв.//Вісник ЖІТІ ,2000.-№13/Технічні науки.-С.99-101.
11. Атаманюк І.П. Полиномиальный алгоритм оптимальной экстраполяции параметров стохастических систем. //Управляющие системы и машины. – 2002. - №1. - с.16-19.
12. Кудрицкий В.Д., Атаманюк І.П., Иващенко Е.Н. Оптимальная линейная экстраполяция реализации случайного процесса с фильтрацией погрешностей коррелированных измерений. //Кибернетика и системный анализ.- 1995.- №1.- с. 99-107.

INFORMATION TECHNOLOGY OF OPTIMUM POLYNOMIAL EXTRAPOLATION OF REALIZATION OF RANDOM PROCESS WITH A FILTRATION OF ERRORS OF MEASUREMENTS

Summary: It is received polynomial algorithm of optimum extrapolation of random process with a filtration of errors of measurements. The algorithm of the forecast also as the canonical decomposition put in its basis, does not impose any essential restrictions on a class of investigated random processes (linearity, condition of markov, stationary, monotony, etc.).

Key words: casual sequence, canonical decomposition.

Redaktor naczelny: Eugeniusz Krasowski
Sekretarz redakcji: Wojciech Tanaś

Komitet Redakcyjny

Zbigniew Burski, Jan Gliński, Karol Cupiał, Aleksandr Dashchenko, Valeriy Dubrovin, Sergiy Fedorkin,
Aleksandr Hohubenko, Anatoliy Yakovenko, Janusz Laskowski, Ryszard Michalski, Leszek Mościcki
Aleksandr Morozow, Janusz Mysłowski, Ilia Nikolenko, Paweł Nosko, Marek Rozmus, Vyacheslav Shebanin
Wołodymyr Snitynskiy, Stanisław Sosnowski, Aleksandr Sydorczuk, Georgiy F. Tayanowski,
Kostyantyn Dumenko, Dmytro Koshkin

Komitet Programowy

Andrzej Ambrozik, Kielce, Poland	Ignacy Niedziółka, Lublin, Poland
Volodymyr Bulgakow, Kiev, Ukraine	Stanisław Niziński, Olsztyn, Poland
Valeriy Diadychev, Lugańsk, Ukraine	Janusz Nowak, Lublin, Poland
Kazimierz Dreszer, Lublin, Poland	Jurij Osenin, Lugańsk, Ukraine
Bohdan Hevko, Ternopil, Ukraine	Sergiy Pastushenko, Kherson, Ukraine
Marek Idzior, Poznań, Poland	Józef Sawa, Lublin, Poland
L.P.B.M. Jonssen, Groningen, Holland	Ludvikas Spokas, Kaunas, Lithuania
Elżbieta Kusińska, Lublin, Poland	Povilas A. Sirvydas, Kaunas, Lithuania
Józef Kowalczyk, Lublin, Poland	Michail Sukach, Kiev, Ukraine
Stepan Kovalyshyn, Lwów, Ukraine	Henryk Tylicki, Bydgoszcz, Poland
Kazimierz Lejda, Rzeszów, Poland	Denis Viesturs, Ulbrok, Latvia
Nikołaj Lubomirski, Symferopol, Krym, Ukraine	Dmytro Voytiuk, Kiev, Ukraine
Jerzy Merkiś, Poznań, Poland	Janusz Wojdalski, Warszawa, Poland
Leszek Mościcki, Lublin, Poland	Bogdan Żółtowski, Bydgoszcz, Poland
Gemadij Oborski, Odessa, Ukraine	Oleg Zaitsev, Symferopol, Ukraine
Dariusz Andrejko, Lublin, Poland	Viktor Tarasenko, Symferopol, Krym, Ukraine
Dariusz Dziki, Lublin, Poland	Tadeusz Złoto, Częstochowa, Poland
Jerzy Grudziński, Lublin, Poland	Jarosław Strzycek, Wrocław, Poland
Marian Panasiewicz, Lublin, Poland	

@ Copyright by Komisja Motoryzacji i Energetyki Rolnictwa Polskiej Akademii Nauk
Oddział w Lublinie, Lublin 2011

ISSN 1730-8658

Opracowanie redakcyjne: Ilia Nikolenko.
Weryfikacja tekstów w języku angielskim: Elena Valkina
Skład i tamanie: Robert Kryński, Hanna Krasowska-Kołodziej
Projekt okładki: Eugeniusz Krasowski
Fotografia na okładce: Igor Flis
Opracowanie plastyczne okładki: Barbara Jarosik
Adres redakcji: Komisja Motoryzacji i Energetyki Rolnictwa PAN Oddział w Lublinie
ul. Wielkopolska 62, 20-725 Lublin
tel./fax. (+48) 81 526 93 27
e-mail: eugeniusz.krasowski@up.lublin.pl

Wydawca

KOMISJA MOTORYZACJI I ENERGETYKI ROLNICTWA PAN ODDZIAŁ W LUBLINIE
NARODOWY UNIWERSYTET BIOLOGICZNYCH ŹRÓDEŁ ENERGII
I WYKORZYSTANIA PRZYRODY W KIJOWIE
PAŃSTWOWY UNIWERSYTET ROLNICZY W MYKOŁAJEWIE
NARODOWA AKADEMIA BUDOWNICTWA OBIEKTÓW SANATORYJNYCH
I OCHRONY PRZYRODY W SYMFEROPOLU
WYŻSZA SZKOŁA INŻYNIERYJNO-EKONOMICZNA W RZESZOWIE
DRUK: Centrum Wydawnicze Państwowego Uniwersytetu Rolniczego w Mykołajewie
Nakład 150 + 16 egz. Ark. druku 16.