

УСИМ

УПРАВЛЯЮЩИЕ СИСТЕМЫ И МАШИНЫ

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Международный научный журнал

№ 1

январь — февраль

2012

Основные темы выпуска:

О проектировании процессора баз знаний в САПР



Эволюция принципов и средств веб-программирования



Генетический алгоритм балансировки нагрузки в сети

ISSN 0130-5395



9 770130 539008



Control Systems and Computers

УПРАВЛЯЮЩИЕ
СИСТЕМЫ
И МАШИНЫ

УСИМ



- Национальная академия наук Украины
- Международный научно-учебный центр информационных технологий и систем
- Институт кибернетики имени В.М. Глушкова
- Фонд Глушкова

Международный научный журнал

(статьи публикуются на русском, украинском, английском языках)

1

(237)

2012

январь–февраль

Основан в сентябре 1972 г.

Выходит раз в два месяца

Содержание

Новые методы в информатике

- Бабак О.В., Суровцев И.В., Татаринев А.Э.* О целенаправленности перебора вариантов моделей при моделировании физических процессов 3
- Атаманиук И.П., Кондратенко Ю.П.* Синтез оптимальных линейных стохастических систем управления на базе аппарата канонических разложений случайных последовательностей . . . 8
- Жуковская О.А.* Интервальные вычисления в задачах оценки экспертных решений 13
- Власова Т.М., Вишневский В.В., Калмыков В.Г., Романенко Т.Н.* Кодирование объекта полутонового изображения с использованием канонических сплайнов 21
- Оситенко В.В.* Оценивание релевантности результатов в индуктивных процедурах системно-аналитических исследований 26
- Литвин О.Н., Ярмош Е.В.* Приближение специальными функциями определенных двух переменных с использованием дискретных данных 32

Технические средства информатики

- Кургаев А.Ф., Савченко И.В.* О проектировании специализированного процессора в системе автоматизированного проектирования 39
- Брус А.А., Дикусар Е.В., Ситников В.С., Яценко Т.П.* Частотный анализ устройства, реализующего алгоритм экспоненциального сглаживания 45

Программная инженерия и программные средства

- Глибовец Н.Н., Гороховский С.С., Коваль И.В., Корень А.Н.* Эволюция принципов и средств веб-программирования 49

телефоны:
502-6334
@yandex.ru

И.П. Атаманюк, Ю.П. Кондратенко

Синтез оптимальных линейных стохастических систем управления на базе аппарата канонических разложений случайных последовательностей

Получены алгоритмы определения оптимальных параметров линейных стохастических систем управления на базе аппарата канонических разложений случайных последовательностей.

The algorithms of the definition of optimum parameters of linear stochastic control systems are obtained on the basis of the apparatus of canonical decompositions of random sequences.

Отримано алгоритми визначення оптимальних параметрів лінійних стохастичних систем управління на базі апарата канонічних розкладів випадкових послідовностей.

Введение. Функционирование объектов различной природы в большинстве случаев осуществляется в условиях взаимодействия множества случайных факторов, вследствие чего объект управления контролируется не полностью, это, например, управление производством, лечение заболеваний, управление беспилотными летательными аппаратами и т.д. В большинстве случаев при формировании стохастических систем управления используется либо марковская модель, либо предполагается незначительное последствие случайного процесса изменения параметров исследуемого объекта, что ограничивает точность управления. В этой связи актуальна задача синтеза систем управления с учетом произвольного числа состояний объекта контроля.

Постановка задачи

Пусть свойства стохастической системы полностью заданы дискретизированными функциями

$$M[X(\mu)X(j)], M[U(\mu)U(j)],$$

$$M[U(\mu)X(j)]_{\mu, j = \overline{1, i+1}},$$

где $\{X\} = X(\mu)$, $\mu = \overline{1, i+1}$ – случайная последовательность значений параметра объекта управления; $\{U\} = U(\mu)$, $\mu = \overline{1, i+1}$ – случайная последовательность управляющих воздействий; μ и j – некоторые моменты времени t_{μ} и t_j . Без ограничения общности положим $M[X(\mu)] = 0$,

$M[U(\mu)] = 0$, $\mu = \overline{1, i+1}$. Необходимо получить оптимальную в среднеквадратическом смысле модель исследуемой системы управления.

Решение

Учитывая, что свойства системы полностью заданы корреляционными функциями, в каче-

стве модели системы управления может быть использовано линейное уравнение [1, 2]

$$X(i+1) = \sum_{\mu=1}^i f_{\mu}^{(i)}(i+1)X(\mu) + \sum_{j=1}^i a_{\mu}^{(i)}(i+1)U(\mu) + W_{i+1}. \quad (1)$$

Задача, таким образом, сводится к определению оптимальных в среднеквадратическом смысле параметров $f_{\mu}^{(i)}(i+1)$, $a_{\mu}^{(i)}(i+1)$.

Процесс функционирования системы может быть представлен случайной последовательностью $\{X'\} = \{X(1), U(1), X(2), U(2), \dots, X(i), U(i), X(i+1)\}$ (по известному значению параметра исследуемого объекта определяется управляющее воздействие, влияющее на следующее состояние объекта). Для такой случайной последовательности стандартным способом может быть получено каноническое разложение [3, 4]:

$$X'(j) = \sum_{v=1}^{j-1} V_v \varphi_v(j), \quad j = \overline{1, 2i+1}, \quad (2)$$

с учетом свойства случайной последовательности $\{X'\}$ ($X'(j) = X_{\mu}$ для $j = 2\mu - 1$, $\mu = \overline{1, i+1}$ и $X'(j) = U_{\mu}$ для $j = 2\mu$, $\mu = \overline{1, i}$):

$$V_v = X(v) - \sum_{\mu=1}^{v-1} V_{\mu} \varphi_{\mu}(v), \quad v = 2l - 1, \quad l = \overline{1, i+1}; \quad (3)$$

$$V_v = U(v) - \sum_{\mu=1}^{v-1} V_{\mu} \varphi_{\mu}(v), \quad v = 2l, \quad l = \overline{1, i+1}. \quad (4)$$

Каноническое разложение (2) точно описывает значения случайной последовательности $\{X'\}$ в каждом сечении и обеспечивает минимум среднего квадрата ошибки приближения в

промежутках между ними. Соотношения для определения дисперсий некоррелированных случайных коэффициентов $V_\nu, \nu = \overline{1, 2i+1}$ имеют вид:

$$D_\nu = M[V_\nu^2] = D_x(\nu) - \sum_{\mu=1}^{\nu-1} D_\mu \varphi_\mu^2(\nu), \quad \nu = 2l-1, \quad l = \overline{1, i+1}; \quad (5)$$

$$D_\nu = D_U(\nu) - \sum_{\mu=1}^{\nu-1} D_\mu \varphi_\mu^2(\nu), \quad \nu = 2l, \quad l = \overline{1, i}. \quad (6)$$

Неслучайные координатные функции вычисляются с помощью следующих выражений:

$$\varphi_\mu(\nu) = \frac{1}{D_\mu} \{M[X(\mu)X(\nu)] - \sum_{j=1}^{\mu-1} D_j \varphi_j(\mu) \varphi_j(\nu)\}, \quad \mu = 2l-1, \quad (7)$$

$$l = \overline{1, i+1}, \quad \nu = 2p-1, \quad p = \overline{1, i+1}, \quad \mu \leq \nu;$$

$$\varphi_\mu(\nu) = \frac{1}{D_\mu} \{M[U(\mu)X(\nu)] - \sum_{j=1}^{\mu-1} D_j \varphi_j(\mu) \varphi_j(\nu)\}, \quad \mu = 2l, \quad (8)$$

$$l = \overline{1, i}, \quad \nu = 2p-1, \quad p = \overline{1, i+1}, \quad \mu \leq \nu;$$

$$\varphi_\mu(\nu) = \frac{1}{D_\mu} \{M[X(\mu)U(\nu)] - \sum_{j=1}^{\mu-1} D_j \varphi_j(\mu) \varphi_j(\nu)\}, \quad \mu = 2l-1, \quad (9)$$

$$l = \overline{1, i}, \quad \nu = 2p, \quad p = \overline{1, i}, \quad \mu \leq \nu;$$

$$\varphi_\mu(\nu) = \frac{1}{D_\mu} \{M[U(\mu)U(\nu)] - \sum_{j=1}^{\mu-1} D_j \varphi_j(\mu) \varphi_j(\nu)\}, \quad \mu = 2l, \quad (10)$$

$$l = \overline{1, i}, \quad \nu = 2p, \quad p = \overline{1, i}, \quad \mu \leq \nu.$$

Координатные функции обладают свойствами

$$\varphi_\mu(\nu) = \begin{cases} 1, & \mu = \nu; \\ 0, & \mu > \nu. \end{cases} \quad (11)$$

Предположим, что система находится в первоначальном состоянии $X(1) = x(1)$. Для этого значения справедливо разложение (2) и подстановка $x(1)$ в (2) конкретизирует ($\nu_1 = x(1)$) значение случайного коэффициента V_1 :

$$X'(j = 2i+1 / X(1) = x(1)) = X(i+1 / X(1) = x(1)) = x(1) \varphi_1(2i+1) + \sum_{\nu=2}^{2i+1} V_\nu \varphi_\nu(2i+1). \quad (12)$$

Выражение (12) точно описывает условную случайную последовательность $\{X'\}$ при условии, что $X(1) = x(1)$ и представляет собой модель системы в предположении, что известно только первоначальное состояние:

$$f_1^{(1)}(i+1) = \varphi_1(2i+1) = F_1^{(1)}(2i+1),$$

$$a_1^{(1)}(i+1) = 0, \quad W_{i+1} = \sum_{\nu=2}^{2i+1} V_\nu \varphi_\nu(2i+1).$$

Оптимальная в среднеквадратическом смысле оценка параметра объекта управления в момент времени t_{i+1} определяется как

$$\hat{X}(i+1 / X(1) = x(1)) = \quad (13)$$

$$= \hat{X}^{(1)}(2i+1) = x(1) \varphi_1(2i+1).$$

Значение управляющего воздействия $u(1)$ конкретизирует второй коэффициент $V_2 = \nu_2 = u(1) - x(1) \varphi_1(2)$, и разложение (2) принимает вид:

$$X'(j = 2i+1 / X(1) = x(1), U(1) = u(1)) = X(i+1 / X(1) = x(1), U(1) = u(1)) = x(1) \varphi_1(2i+1) + [u(1) - x(1) \varphi_1(2)] \varphi_2(2i+1) + \sum_{\nu=3}^{2i+1} V_\nu \varphi_\nu(2i+1) \quad (14)$$

или

$$X(i+1 / X(1) = x(1), U(1) = u(1)) = x(1) [\varphi_1(2i+1) - \varphi_1(2) \varphi_2(2i+1)] + u(1) \varphi_2(2i+1) + \sum_{\nu=3}^{2i+1} V_\nu \varphi_\nu(2i+1). \quad (15)$$

Таким образом, при условии, что используется только начальное состояние $x(1)$ объекта и управляющее воздействие $u(1)$, параметры модели (1) определяются выражениями

$$f_1^{(1)}(i+1) = \varphi_1(2i+1) -$$

$$- \varphi_1(2) \varphi_2(2i+1) = F_1^{(2)}(2i+1),$$

$$a_1^{(1)}(i+1) = \varphi_2(2i+1) = F_2^{(2)}(2i+1),$$

$$W_{i+1} = \sum_{\nu=3}^{2i+1} V_\nu \varphi_\nu(2i+1).$$

При этом оптимальная в среднеквадратическом смысле оценка состояния объекта управления в момент времени t_{i+1} по известным $x(1)$ и $u(1)$ принимает вид

$$\begin{aligned} \hat{X}(i+1 / X(1) = x(1), U(1) = u(1)) = \\ = \hat{X}^{(2)}(2i+1) = x(1)[\varphi_1(2i+1) - \\ - \varphi_1(2)\varphi_2(2i+1)] + u(1)\varphi_2(2i+1). \end{aligned} \quad (16)$$

Продолжение аналогичных выкладок для последовательно возрастающего числа известных значений $x(\mu), u(\mu), \mu = \overline{1, i}$ позволяет получить общие выражения для определения оптимальных параметров исследуемой стохастической системы управления:

$$f_{\mu}^{(i)}(i+1) = F_{2\mu-1}^{(2i)}(2i+1), \quad \mu = \overline{1, i}; \quad (17)$$

$$a_{\mu}^{(i)}(i+1) = F_{2\mu}^{(2i)}(2i+1), \quad \mu = \overline{1, i}; \quad (18)$$

$$W_{i+1} = V_{2i+1}; \quad (19)$$

$$F_{\nu}^{(k)}(j) = \begin{cases} F_{\nu}^{(k-1)}(j) - F_{\nu}^{(k-1)}(k)\varphi_k(j), & \nu \leq k-1; \\ \varphi_k(j), & \nu = k. \end{cases} \quad (20)$$

Оптимальная оценка состояния объекта управления по всей предыстории определяется также рекуррентными соотношениями

$$\begin{aligned} \hat{X}^{(k)}(j) = \hat{X}^{(k-1)}(j) + [x(k) - \\ - \hat{X}^{(k-1)}(k)]\varphi_k(j), \quad k = 2p-1, \quad p = \overline{1, i}; \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \hat{X}^{(k)}(j) = \hat{X}^{(k-1)}(j) + [u(k) - \\ - \hat{X}^{(k-1)}(k)]\varphi_k(j), \quad k = 2p, \quad p = \overline{1, i}, \end{aligned} \quad (22)$$

где

$$\hat{X}^{(k)}(j) = x(\mu / x(1), \dots, x(l); u(1), \dots, u(n)),$$

$$j = 2\mu - 1, \quad \mu = \overline{1, i+1}; \quad l = n = k / 2,$$

если $\{k/2\} = 0$;

$$\hat{X}^{(k)}(j) = u(\mu / x(1), \dots, x(l); u(1), \dots, u(n)),$$

$$j = 2\mu, \quad \mu = \overline{1, i}; \quad l = [k/2] + 1, \quad n = [k/2],$$

если $\{k/2\} \neq 0$.

Погрешность полученной модели системы управления определяется только стохастической природой процесса изменения значений параметра исследуемого объекта и равна диспер-

сии апостериорной последовательности $\{X^i\}$ при условии, что известны значения $x(\mu), u(\mu), \mu = \overline{1, i}$,

$$\varepsilon(i+1) = D_{2i+1} = D_x(2i+1) - \sum_{\mu=1}^{2i} D_{\mu} \varphi_{\mu}^2(2i+1). \quad (23)$$

Предположим, что значения параметра исследуемого объекта измеряются с погрешностью и, значит, имеет место модель стохастической системы управления:

$$\begin{aligned} X(i+1) = \sum_{\mu=1}^i f_{\mu}^{(i)}(i+1)X(\mu) + \\ + \sum_{j=1}^i a_{\mu}^{(i)}(i+1)U(\mu) + W_{i+1}. \end{aligned} \quad (24)$$

$$Z(i) = X(i) + Y(i), \quad (25)$$

где $Y(i)$ и $Z(i)$ – погрешность и результат измерения соответственно.

С учетом погрешности измерения уравнение управления объектом запишется как

$$\begin{aligned} \hat{X}_z^{(i)}(i+1) = \sum_{\mu=1}^i f_{\mu}^{(i)}(i+1)Z(\mu) + \\ + \sum_{j=1}^i a_{\mu}^{(i)}(i+1)U(\mu). \end{aligned} \quad (26)$$

Неточность определения значений $x(\mu), \mu = \overline{1, i}$ естественным образом увеличила стохастическую неопределенность системы (средний квадрат погрешности управления увеличился в величину $\sum_{\mu=1}^i \sum_{j=1}^i f_{\mu}^{(i)}(i+1)f_j^{(i)}(i+1)M[Y(\mu)Y(j)]$).

Снижение влияния данного фактора на точность управления возможно за счет применения к результатам измерения операции линейной фильтрации

$$\begin{aligned} \hat{X}_{\varphi}(\mu / x(1), \dots, x(\mu-1); u(1), \dots, u(\mu-1)) = \\ = (1 - B_{2\mu-1})\hat{X}_{\varphi}^{(2\mu-2)}(2\mu-1) + B_{2\mu-1}z(\mu), \quad \mu = \overline{1, i}. \end{aligned} \quad (27)$$

Оценка (27) неизвестного значения $x(\mu)$ определена как взвешенное среднее результата прогноза $\hat{X}_{\varphi}^{(2\mu-2)}(\mu)$ и результата измерения $z(\mu)$ [5]. Следует отметить, что управляющие воздействия $u(\mu), \mu = \overline{1, i}$ известны абсолютно точно.

Поэтому $B_{2\mu} = 1, \mu = \overline{1, i}$. Подстановка оценки (27) в (26) дает уравнение управления с учетом предельной фильтрации погрешностей измерений

$$\hat{X}_{\phi}^{(i)}(i+1) = \sum_{\mu=1}^i g_{\mu}^{(i)}(i+1)Z(\mu) + \sum_{j=1}^i c_{\mu}^{(i)}(i+1)U(\mu), \quad (28)$$

$$g_{\mu}^{(i)}(i+1) = S_{2\mu-1}^{(2i)}(2i+1), \mu = \overline{1, i}; \quad (29)$$

$$c_{\mu}^{(i)}(i+1) = S_{2\mu}^{(2i)}(2i+1), \mu = \overline{1, i}; \quad (30)$$

$$S_{\nu}^{(k)}(j) = \begin{cases} S_{\nu}^{(k-1)}(j) - S_{\nu}^{(k-1)}(k)B_k\phi_k(j), \nu \leq k-1; \\ B_k\phi_k(j), \nu = k. \end{cases} \quad (31)$$

Значения весовых коэффициентов определяются из условия минимума среднего квадрата ошибки фильтрации

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\phi}(\mu) &= M \left[\left| \hat{X}_{\phi}(\mu) - X(\mu) \right|^2 \right] = \\ &= M \left[\left| (1 - B_{2\mu-1}) \left\{ \sum_{\nu=1}^{\mu-1} g_{\nu}^{(\mu-1)}(\mu)Z(\nu) + \right. \right. \right. \\ &\left. \left. \left. + \sum_{\nu=1}^{\mu-1} c_{\nu}^{(\mu-1)}(\mu)U(\nu) \right\} + B_{2\mu-1}z(\mu) - X(\mu) \right|^2 \right]. \end{aligned} \quad (26)$$

После дифференцирования этого выражения по $B_{2\mu-1}$ и решения соответствующего уравнения получаем выражение для расчета оптимального значения коэффициента фильтрации $B_{2\mu-1}$

$$B_{2\mu-1} = \frac{H_{2\mu-1} + G_{2\mu-1} - L_{2\mu-1}}{H_{2\mu-1} + G_{2\mu-1} - 2L_{2\mu-1} + D_y(\mu)}, \quad (32)$$

$$\begin{aligned} H_{2\mu-1} &= \sum_{\nu=1}^{\mu-1} \sum_{j=1}^{\mu-1} g_{\nu}^{(\mu-1)}(\mu)g_j^{(\mu-1)}(\mu)R_x(\nu, j) + \\ &+ \sum_{\nu=1}^{\mu-1} \sum_{j=1}^{\mu-1} g_{\nu}^{(\mu-1)}(\mu)c_j^{(\mu-1)}(\mu)R_{xu}(\nu, j) + \\ &+ \sum_{\nu=1}^{\mu-1} \sum_{j=1}^{\mu-1} c_{\nu}^{(\mu-1)}(\mu)c_j^{(\mu-1)}(\mu)R_u(\nu, j) - \\ &- 2 \sum_{\nu=1}^{\mu-1} g_{\nu}^{(\mu-1)}(\mu)R_x(\nu, \mu) - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &- 2 \sum_{\nu=1}^{\mu-1} c_{\nu}^{(\mu-1)}(\mu)R_{xu}(\nu, \mu) + D_x(\mu), \\ G_{2\mu-1} &= \sum_{\nu=1}^{\mu-1} \sum_{j=1}^{\mu-1} g_{\nu}^{(\mu-1)}(\mu)g_j^{(\mu-1)}(\mu)R_y(\nu, j), \\ L_{2\mu-1} &= \sum_{\nu=1}^{\mu-1} g_{\nu}^{(\mu-1)}(\mu)R_y(\nu, \mu). \end{aligned}$$

Каждый элемент формулы (31) имеет очевидный физический смысл: слагаемое $H_{2\mu-1}$ определяет вклад в результирующую погрешность, вносимый стохастической природой системы управления, слагаемые $G_{2\mu-1}$ и $L_{2\mu-1}$ связаны с погрешностями прошлых измерений, а слагаемое $D_y(\mu)$ – дисперсия погрешности последнего измерения.

В случае когда погрешности некоррелированы, $M[Y(\nu)Y(\mu)] = 0$ при $\nu \neq \mu$ выражение (31) упрощается к виду

$$B_{2\mu-1} = \frac{H_{2\mu-1} + G'_{2\mu-1}}{H_{2\mu-1} + G'_{2\mu-1} + D_y(\mu)}, \quad (33)$$

где

$$G'_{2\mu-1} = \sum_{\nu=1}^{\mu-1} [g_{\nu}^{(\mu-1)}(\mu)]^2 D_y(\nu).$$

Ошибка управления с помощью уравнения (28) запишется как

$$\Delta^{(k)}(i+1) = \hat{X}_{\phi}^{(i)}(i+1) - X^{(i)}(i+1). \quad (34)$$

Подстановка в (34) вместо $\hat{X}_{\phi}^{(i)}(i+1)$ и $X^{(i)}(i+1)$ соответственно выражений (28) и (1) дает

$$\begin{aligned} \Delta^{(k)}(i+1) &= \sum_{\mu=1}^i [g_{\mu}^{(i)}(i+1) - f_{\mu}^{(i)}(i+1)]X(\mu) + \\ &+ \sum_{\mu=1}^i g_{\mu}^{(i)}(i+1)Y(\mu) - \sum_{\mu=1}^i [c_{\mu}^{(i)}(i+1) - \\ &- a_{\mu}^{(i)}(i+1)]U(\mu) - \sum_{\mu=1}^i f_{\mu}^{(i)}(i+1)X(\mu) - W_{i+1}. \end{aligned} \quad (35)$$

С учетом (35) средний квадрат погрешности стохастической системы управления определяется из выражения

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\phi}(i+1) &= \sum_{\mu=1}^i \sum_{j=1}^i [g_{\mu}^{(i)}(i+1) - f_{\mu}^{(i)}(i+1)][g_j^{(i)}(i+1) - \\ &- f_j^{(i)}(i+1)]R_x(\mu, j) + \end{aligned}$$

