

ПРАКТИЧЕСКАЯ МЕТОДИКА ПОИСКА ОПТИМАЛЬНОЙ ФОРМЫ АРОК
ОБЛЕГЧЕННОЙ КОНСТРУКЦИИ

Vladimir Bogza, Sergey Bogdanov

Mykolayiv State Agrarian University, Ukraine
Krylova Street 17 a, Mykolayiv 54040, Ukraine

Аннотация. В работе решается задача по нахождению оптимальной формы арки облегченной конструкции. Поиск рациональных форм арок включает в себя выбор конфигурации оси арки, определение закона перемены параметров поперечного сечения по длине дуги арки и определения оптимальной высоты подъема арки.

Ключевые слова: легкие металлические конструкции, длина дуги арки, пролет арки.

На протяжении длительного времени арочные системы были единственной конструктивной формой, позволяющей перекрывать большие пролеты. Конструктивная форма легких металлических конструкций наилучшим образом соответствует условиям поточного изготовления и скоростного монтажа при существенном снижении их общей массы. Практика строительства облегченных арочных зданий пролетом 12-24 м. показала их полное соответствие указанным критериям оценки легких металлических конструкций, а в ряде случаев проявляются и заметные их преимущества, в частности при строительстве зданий подсобно-вспомогательного и сельскохозяйственного назначения. Однако успешная практическая реализация арочных конструкций в облегченных зданиях малого пролета требует проведения комплекса поисковых, теоретических и экспериментальных исследований, поскольку простое копирование существующих конструктивных форм массивных арочных покрытий не приводит к обеспечению их эффективности.

Потребность различных отраслей народного хозяйства в сборно-разборных сооружениях, которые используются как хранилища промышленной и сельскохозяйственной продукции, гаражи, строения для размещения подсобно-вспомогательных производств, удовлетворяется их широкой номенклатурой, разработанной на основании использования различных конструктивных схем. Известно использование балочных, рамных, складчатых, и арочных схем строения. [И.И Ищенко 1979, В.Н. Шнейфель 1975] Для каждой из приведенных схем можно указать множество преимуществ, которые обеспечивают в каждом конкретном случае удобства эксплуатации, изготовления, транспортирования или монтажа, но безусловно и то, что и существующие конструкции строения характеризуются значительным расходом металла на несущие конструкции

В НИИ Новых агропромышленных объектов при Николаевском государственном аграрном университете ведутся разработки и исследования подобных строений с многовариантными схемами несущих конструкций. Использование таких схем имеет по сравнению с указанными выше схемами преимущества: меньше используется металла на несущие конструкции, поскольку высота сечения этих строений близка к оптимальному значению для арок; обеспечивается за счет более рациональной аэродинамической формы, уменьшение интенсивности атмосферных нагрузок, что обеспечивает дополнительный резерв экономии конструктивных материалов; достигается однотипность конструктивных элементов, поскольку исключается общепринятое распределение элементов на несущие и покрытия; требует при одном и том же сечении меньший параметр защищающих конструкций.

Поиск рациональных форм арок включает в себя выбор конфигурации оси арки, установление закона изменения параметров поперечного сечения по длине дуги арки; назначение оптимальной стрелы подъема. Каждая из указанных задач в той или иной мере рассматривалась в известных исследованиях [Бендюг Д.К. 1965, Васильев В.Г. 1959, Аденский В.А. 1969]. Однако специфика арок облегченных конструкций, заключающаяся в наличии многовариантных нагрузок со сложным законом распределения составляющих нагрузок, не позволяет использовать существующие методики для определения оптимальной по формы этих арок.

Задача по нахождению оптимальной формы арки может быть записана так :

$$G = \int_0^s F(y(x), h(x); f) = \min . \quad (1)$$

Здесь $y(x)$ - уравнение оси арки ; $h(x)$ - закон изменения высоты сечения арки ; f - стрела подъема арки.

Определения минимума интеграла (1) даже в отдельных случаях при регулярной нагрузке и очертании оси арки по кривой давления представляет сложную задачу, не говоря о его раскрытии в общем виде с учетом многовариантности и нерегулярности действующих нагрузок и конструктивных ограничениях [Стрелецкий Н.С. 1964]. Поэтому рассмотрим задачу (1) применительно к легким арочным конструкциям в следующей постановке. Для арки пролетом L , загруженной k -вариантами независимых нагрузок, зависящих от очертания оси арки и образующих $i=1,2,3,\dots,m$ вариантов расчетных загружений. Требуется определить значение ординат оси арки, параметры сечения и стрелу подъема, обеспечивающих минимум целевой функции (1). Целевая функция может выражать массу, стоимость или другой показатель арки или здания в целом. Для решения указанной задачи полу-пролет симметричной арки разбиваем n -частей и дугу арки заменяем ломаными стержнями. В результате таких допущений усилия в стержнях арки записываются как функция ординат оси $y = y_1, y_2, \dots, y_i, y_n$ параметров сечения $H = (h_1, h_2, \dots, h_n)$; $B = (b_1, b_2, \dots, b_n)$ и стрелу подъема $f = y_n$. В итоге задача определения оптимальной формы арки сводится к задаче математического программирования:

$$G = F(Y, H, B, f) = \min \quad (2)$$

При ограничениях на переменные :

$$q_i(Y, H, B, f) \{ \leq = \geq \} a_i \quad (3)$$

Решение задачи показало следующие:

- целевая функция задачи оптимального проектирования арок в силу наличия ограничений (3) является негладкой функцией, что затрудняет применение обычных методов нелинейной оптимизации;
- для обеспечения приемлемой точности решения необходимо в общем случае вводить в условия задачи 16-20 варьируемых параметров;
- недостатком реализуемой методики является сложный вычислительный процесс по отражению математической модели (1;2) реального характера воздействия нагрузок, зависящих от отыскиваемого очертания оси арки;
- расчет оптимальной формы реальных арок при многовариантном нагружении обеспечивает экономию материалов до 35% в сравнении с параметрами арки определенными по существующим методикам.

Можно сделать заключение, что все семейство арок легких конструкций может быть представлено многочленом вида:

$$y = Ax + Bx^2 + Cx^3 + Dx^4. \quad (4)$$

Принимая уравнение (4) в качестве конфигурации оси арки которая отыскивается, вычисляем в (2) значение ординат оси:

$$y_i = Ax_i + Bx_i^2 + Cx_i^3 + Dx_i^4 \quad (5)$$

В результате принятых выше допущений задача оптимальной формы арки формально записывается так:

$$G = F(A, B, C, D) = \min \quad (6)$$

при ограничениях :

$$q_i(A, B, C, D) \{ \leq = \geq \} a_i. \quad (7)$$

Следовательно вместо 16-20 варьируемых параметров в задаче по нахождению оптимальной формы арки (1;3) необходимо ввести значение коэффициентов многочлена (A,B,C,D), часть из которых определяется из граничных условий. Для арки при $i=1,2,3,\dots,m$ вариантах загрузок необходимо определить, при условии минимума массы арки, оптимальную конфигурацию поперечного сечения арки, которая при этом сохраняет геометрическое подобие, то есть $\rho = const$. После замены дуги арки $2n$ ломаными стержнями, вершины которых лежат на прямой задаваемой многочленом четвертой степени (5), масса арки запишется так:

$$G = 2\Psi_A \gamma \sum_{i=1}^n A_i S_i + \frac{\Psi_3 LH}{R_y \gamma_0}, \quad (8)$$

где: A_i - площадь поперечного сечения арки; $S_i = \sqrt{(y_i - y_{i-1})^2 + (\frac{L}{2n})^2}$ - длина i -го элемента арки; Ψ_3 - конструктивный коэффициент затяжки; H - высота арки.

Для нахождения минимальных значений (8) при соответствующих ограничениях для трехшарнирных арок была составлена программа, реализующая метод прямого перебора заданной области. Программой учитывается загруженность арки постоянной (q_0), снеговой (p) и ветровой (q_6) нагрузками. Отношение этих

нагрузок обозначено: $\xi_1 = \frac{q_0}{p}$; $\xi_2 = \frac{q_6}{p}$ (табл. 1-3). С учетом левого и правого

положения временных нагрузок их совместное действие учитывается девятью загружениями ($m = 9$). В результате вычислений оптимальной формы арок без учета затяжки приведены в таблицах табл.1-табл.3. Нахождение оптимальной оси арки с учетом затяжки приводит к увеличению стрелы подъема арки в частности для рассмотренной арки (табл. 2 п.1та п.3). Значения оптимальных параметров становится равными (табл. 4).

Таблица 1. Оптимальные параметры арок с конфигурацией оси согласно квадратной параболе $y = Ax + \frac{Bx^2}{L}$

Table 1. The optimal parameters arches with the configuration according to a square axis parabola $y = Ax + \frac{Bx^2}{L}$

№	p	ξ_1	ξ_2	A	B	$\frac{f}{L}$	G_y^*	
1	2	3	4	5	6	7	8	
1	0,1	0,1	0,15	0	0,64	0,16	952,56[1444]	
2					(0,64)	(0,16)	(923)[1442]	
3					0,58	0,145	1443[956,35]	
4					(0,56)	(0,14)	(1421,3) [930,4]	
5			0,225	0	0,135	0,64	0,135	952,56[1444]
6						(0,64)	(0,125)	(923)[1442]
7						0,58	0,115	1443[956,351]
8						(0,56)	(0,11)	(1421,3)[930,4]
9	0,1	0,2	0,15	0	0,66	0,165	1013,7 [1514]	
10					(0,66)	(0,165)	(978,6)[1514]	
11					0,62	0,155	1510,2[1014]	
12					(0,60)	(0,15)	(1497,8)[986]	
13			0,225	0	0,145	0,58	0,145	1035[1553,3]
14						(0,54)	(0,135)	(1004,2)[1542,5]
15						0,48	0,12	1532,8[1047,8]
16						(0,46)	(0,115)	(1531,8)[1011,5]

* - В круглых скобках параметры арки с минимальным значением изгибающего момента, в квадратных скобках масса арки .

Таблица 2. Оптимальные параметры арок с параметрами оси которая задается

многочленом $y = Ax + \frac{Bx^2}{L} + \frac{Cx^3}{L^2}$

Table 2. The optimal parameters arches with the parameters axis which is determined by

polynomial $y = Ax + \frac{Bx^2}{L} + \frac{Cx^3}{L^2}$

№	p	ξ_1	ξ_2	A	B	C	$\frac{f}{L}$	G_y^*
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0,1	0,1	0,15	0	0,126	0,99	0,1552	599[818]
2					(0,138)	(0,88)	(0,1445)	(575,3)[823]
3					0,128	0,90	0,1445	810,14[601,17]
4					(0,135)	(0,89)	0,145	(820)
5			0,225	0	0,099	0,96	0,14475	629[856,8]
6					(0,123)	(0,875)	(0,140)	(601,3)[881,5]
7					0,099	0,88	0,13475	854,58[630,29]
8					(0,123)	(0,875)	(0,140)	(881,37)
9	0,1	0,2	0,15	0	0,26	0,87	0,1738	645,14[865]
10					(0,260)	(0,958)	(0,1848)	(623)[861]
11					0,261	0,866	0,1735	867[645,33]
12					(0,260)	(0,960)	(0,185)	(860,32)
13			0,225	0	0,22	0,85	0,16125	675[908,71]
14					(0,245)	(0,946)	(0,1795)	(645,4)[951]
15					0,215	0,84	0,1588	902[675,3]

Таблица 3 Оптимальные параметры арок с конфигурацией оси которая

задается многочленом $y = Ax + \frac{Bx^2}{L} + \frac{Cx^3}{L^2} + \frac{Dx^4}{L^3}$

Table 3. The optimal parameters arches with axle configuration which is

determined by polynomial $y = Ax + \frac{Bx^2}{L} + \frac{Cx^3}{L^2} + \frac{Dx^4}{L^3}$

№	P	ξ_1	ξ_2	A	B	C	D	$\frac{f}{L}$	G_y^*
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0,1	0,1	0,15	0	0,280	0,303	0,884	0,1631	584,8[805]
2				0,275	0,290	0,886	0,1604	798[556]	
3			0,225	0	0,262	0,275	0,921	0,1574	605,4[846,25]
4				0,260	0,280	0,910	0,1569	846[605,40]	
5	0,1	0,2	0,15	0	0,315	0,470	0,446	0,1654	626,8[849,6]
6				0,315	0,465	0,445	0,1647	848,5[627]	
7			0,225	0	0,295	0,441	0,460	0,1576	653,0[894]
8				0,293	0,441	0,460	0,1576	893[654]	

* - В квадратных скобках масса арок при равнопрочном сечении – арок постоянного сечения, при постоянном сечении – арок равнопрочного сечения .

Таблица 4 Оптимальные параметры арки с затяжкой

Table 4. The optimal parameters arches with tightening

№ пункта таблицы 2	A	B	C	$\frac{f}{L}$	G_y^*	Общая масса (т)
1	0	0,124	1,419	0,208	613	0,461
3	0	0,131	1,071	0,166	816	0,606
$\Psi_A = 1,25$; $\Psi_3 = 1,2$; $R_y = 240Mna$; $\gamma_c = 0,95$; $p = 14,25кН / м$						

Сравнивая табл. 2 и табл. 4 видим что учет массы затяжки увеличивает

относительную стрелу подъема $\frac{f}{L}$ арки переменного сечения с 0,155 до 0,208 на 25%, а арки постоянного сечения с 0,144 до 0,166 на 13%.

Проведенные исследования по определению оптимальных форм арок позволяет сделать выводы:

- оптимальную форму арок облегченных конструкций достаточно задать многочленом третьей степени, при этом коэффициенты данного многочлена, определенные по рекомендованной методике будут верны для арок любого пролета при тех же значениях p , ξ_1 , ξ_2 ;
- Задание конфигурации оси арки многочленом четвертой степени приводит к уменьшению массы арок постоянного сечения на 2%, а переменного на 4%;
- Конфигурация облегченной арочной конструкции по квадратной параболе не совсем рациональна поскольку ее масса увеличивается до 38% и 45% соответственно для арок переменного и постоянного сечения;
- Число разбиения арки на отдельные элементы не влияет на число параметров задачи которая меняется но для обеспечения достаточно точного решения число разбиения n должно быть не менее 4-6 для арок постоянного сечения и 8-10 для арок переменного сечения;
- Оптимальные параметры арки минимальной массы и арки с минимальным значением изгибающего момента отличаются на малую величину которая выражается в расходе металла до 5%.

ЛИТЕРАТУРА

- Богза В.Г.: Принципы создания конструктивных форм стальных каркасов облегченного типа из универсальных элементов, 1998. Металлические конструкции №1 с 61-64
- Богза В.Г. : Разъемное соединение. Патент Российской федерации № 2067696 от 10.10.96. 6А 16 В 7/20.
- Шейнфельд В.Н., Куперман И.Ш., Лившиц Л.С.: Сборно-разборные здания из унифицированных легких металлоконструкций полной заводской готовности. – Промышленное строительство. – 1975. – №3.
- Легкие металлические конструкции одноэтажных производственных зданий. – Справ. пособие под. ред. И.И. Ищенко. – М. Строиздат. – 1979. – с 200.
- Кузнецов И.Л.: Стальные арочные конструкции зданий многоцелевого назначения. – Строительные конструкции, строительная физика. – 1979. Вып 7.- с 23-25.
- Куницкий Л.П.: Закономерности веса и оптимальная компоновка сплошных изгибаемых металлических элементов. – Известия вузов. Строительство и архитектура. – 1965. –№5. с.33-45.
- Бендгог Д.К.: 1965 Труды харьковского института железнодорожного транспорта. Вып. 74, С 51-56. Закон изменения моментов инерции сечения арки в аналитической форме.
- Васильев В.Г.: 1959 Доклад высшей школы. Строительство №1. О наиболее выгодном изменении поперечных сечений равнопрочных арок.
- Киселев В.А.: 1953 М. Стройиздат. 355с. Рациональные формы арок и подвесных систем.
- Пановко Я.Г.: 1984. Сборник трудов МАДИ, С. 129 – 133. К вопросу о выборе подъема сводов.
- Руднев В.И.: 1990 Труды МИИТа Вып. 15 М., О рациональной форме сплошной упругой арки в связи с современными методами возведения.
- Филин А.П. , Филалаева Е.С.: 1973 Казань, Изд. КГУ, С. 210-219. Об отыскании оптимальной оси трехшарнирной системы при работе ее на нескольких вариантах нагрузки.
- Климанов В.И.: 1982. Строительная механика и расчет сооружений №2 С. 24-30, Устойчивость двухшарнирных арок с надарочным строением.
- Кузнецов И.Л.: 1979. М. Строительная физика. Вып. 7. С. 23-25. Стальные арочные конструкции здания многоцелевого назначения.
- Кузнецов И.Л.: 1980. Казань. Межвузовский сборник. Определение массы металлических арок на стадии проектирования.
- Геммерлинг А.В.: 1974. Строительная механика и расчет сооружений №4, С. 10-13. Оптимальное проектирование металлоконструкций.
- Виноградов. А.И.: 1973 Харьков С. 167 Проблема оптимального проектирования в строительной механике.
- Аденский В.А., Анисеев-Лобов Г.А., Притцкер А.Я.: 1969 М. ЦБНТИ, С.- 17. Сборно-разборное здание складского назначения из алюминия.
- Барский В.Б.: 1969 М. 28с. Автореферат дисс. канд. техн. наук. Вопросы унификации строительных металлических конструкций.
- Бакиев М.В., Кузнецов И.Л., Сафин Р.К.: 1978 Казань, Межвузовский сборник. Вып. 2 С. 28-31. К вопросу о нагрузках, действующих на конструкции покрытия.

Гольденштейн Ю.Б., Соломещ М.А.: 1976 Известие вузов №6 С. 44-50. Рациональное очертание арочных конструкций при подвижной нагрузке.
Стрелецкий Н.С.: 1964 М. Стройиздат 360с., Проектирование и изготовление экономичных металлических конструкций.

PRACTICAL METHOD OF SEARCH OF OPTIMUM FORM OF ARCHES OF THE FACILITATED CONSTRUCTION

Summary. In work the problem in a determination of the optimum form of an arch of the facilitated design is solved. Searching of rational forms of arches includes a choice of a configuration of an axis of an arch, searching of the law of a modification of parameters of a cross-section on length of an arc of an arch and definition of optimum height of rise of an arch.

Key words: facilitated metallic construction, length of arc of arch, flight of arch.

Reviewer: Valeriej Budak, Prof. Sc. D. Eng.