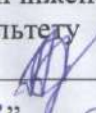
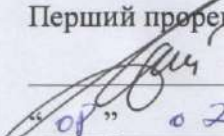


МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
МИКОЛАЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АГРАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІНЖЕНЕРНО-ЕНЕРГЕТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ  
КАФЕДРА ВИЩОЇ ТА ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ

ПОГОДЖЕНО

Декан інженерно-енергетичного  
факультету  
  
\_\_\_\_\_ К.М. Горбунова  
"02" 02 2021 р.

ЗАТВЕРДЖУЮ

Перший проректор  
  
\_\_\_\_\_ Д. В. Бабенко  
"01" 02 2021 р.

**РОБОЧА ПРОГРАМА З НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ  
ВИЩА МАТЕМАТИКА**

освітньо-професійна програма  
«Агроінженерія»  
для здобувачів початкового рівня (короткий цикл) вищої освіти  
1-го року очної (денної) форми навчання  
на 2021-2022 навчальний рік

Ступінь вищої освіти **Молодший бакалавр**  
Галузь знань **20 Аграрні науки та продовольство**  
Спеціальність **208 Агроінженерія**  
Мова викладання **українська**

Миколаїв  
2021

Робоча програма відповідає меті та особливостям освітньо-професійної програми «Агроінженерія» початкового рівня (короткий цикл) вищої освіти, затвердженої Вченою радою Миколаївського національного аграрного університету 22.02.2021 р. (протокол №7).

Розробник програми: д-р техн. наук, професор І. П. Атаманюк, Миколаївський національний аграрний університет.

Програма розглянута на засіданні кафедри вищої та прикладної математики МНАУ, протокол №7 від 24 травня 2021 року.

Завідувач кафедри  
д-р техн. наук, професор



І. П. Атаманюк

Схвалено науково-методичною комісією факультету агротехнологій МНАУ протокол №10 від 08 червня 2021 року.

Голова науково-методичної комісії  
канд. техн. наук, доцент



О.А. Горбенко

## 1. Анотація

Навчальна дисципліна «Вища математика» є компонентом освітньо-професійної програми підготовки здобувачів вищої освіти початкового рівня (короткий цикл) вищої освіти за спеціальністю 208 Агроінженерія галузі знань 20 Аграрні науки та продовольство і узгоджується з її метою – підготовка молодших бакалаврів, здатних розв'язувати складні спеціалізовані завдання та прикладні проблеми у сфері виробництва та переробки сільськогосподарської продукції, що передбачає набуття загальних й фахових компетентностей, та може характеризуватися певною невизначеністю умов.

**Мета** навчальної дисципліни «Вища математика» – формування системи теоретичних знань і практичних навичок з основ математичного апарату, яка використовується під час вивчення дисциплін циклу загальної та професійної підготовки.

### **Завдання дисципліни:**

- надати студентам знання з основних розділів вищої математики;
- підвищити рівень їх фундаментальної математичної підготовки з посиленням її прикладної спрямованості;
- сприяти формуванню необхідної математичної бази для вивчення дисциплін циклу професійної підготовки.

### **Annotation**

The discipline 'Higher Mathematics' is a component of the educational-professional program of preparation of applicants for higher education of primary level (short cycle) of higher education in the specialty 208 Agro engineering in the field of knowledge 20 Agricultural sciences and foodstuffs and is consistent with its purpose – preparation of junior bachelors who are able to solve complex specialized problems and applied problems in the field of production and processing of agricultural products, which involves the acquisition of general and professional competencies, and may be characterized by a certain uncertainty of conditions.

**The purpose** of the discipline 'Higher Mathematics' is formation of a system of theoretical knowledge and practical skills in the foundations of the mathematical apparatus, which is used in the study of disciplines in the cycle of general and professional training.

### **Tasks of the discipline:**

- to provide students with knowledge of the basic sections of higher mathematics;
- to raise the level of their fundamental mathematical training with the strengthening of its applied orientation;
- to contribute to the formation of the necessary mathematical basis for the study of disciplines of the cycle of professional training.

## 2. Опис навчальної дисципліни

«Вища математика»

Галузь знань **20 Аграрні науки та продовольство**

Спеціальність **208 Агроінженерія**

Ступінь вищої освіти **Молодший бакалавр**

Обов'язкова (вибіркова) компонента **Обов'язкова**

Семестри **I-II**

Кількість кредитів ECTS **7,0**

Кількість змістових модулів **8**

Загальна кількість годин **210**

**Види навчальної діяльності та види навчальних занять, обсяг годин та кредитів:**

Лекції **78 / 2,6 кредиту ECTS**

Практичні заняття **76 / 2,53 кредиту ECTS**

Самостійна робота **56 / 1,87 кредитів ECTS**

Форма підсумкова контрольного заходу **екзамени у 1,2 семестрі.**

### **Короткий опис**

У процесі вивчення дисципліни за необхідністю застосовуються інноваційні педагогічні технології, а саме цілеспрямований системний набір прийомів, засобів організації навчальної діяльності, що охоплює весь процес навчання від визначення мети до одержання результатів: комп'ютерні презентації, комп'ютерні програми для побудови графіків та розрахунків, система дистанційної освіти Moodle, тестові програми та технології Jitsi, вбудовані в курс на платформі Moodle, Google meet та інші.

**Передбачені неформальні освітні заходи**, зокрема участь у студентських конференціях. Здобувач має право самостійно обирати напрям і вид неформальних освітніх заходів. Оцінка їхніх результатів відбувається за наявності документального підтвердження (сертифікат, свідоцтво, скріншот, програма, запрошення тощо). Перезарахування дисципліни або окремих тем відбувається за бажання здобувача на підставі нормативної внутрішньої документації та Положень МНАУ.

**Передбачені інформальні заходи освіти.** Інформальна освіта передбачає самоорганізоване здобуття студентом певних компетентностей, зокрема під час повсякденної діяльності, пов'язаної з професійною, громадською або іншою діяльністю, родиною чи дозвіллям. Такі освітні заходи сприяють розширенню професійних знань та умінь і є однією з ключових компетентностей особистості. Форми інформальної освіти: одноразові лекції, відеоуроки, медіа-консультації, спілкування у сім'ї, з колегами, читання спеціалізованих журналів, телебачення, відео, незаплановані бесіди.

**Можливості набуття програмних результатів в умовах інклюзивної освіти.** Набуття програмних результатів в умовах інклюзивної освіти здійснюється відповідно до Положення про організацію інклюзивного навчання осіб з особливими освітніми потребами у Миколаївському національному аграрному університеті СО 5.279.01-00.2020 із застосуванням особистісно орієнтованих методів навчання та з урахуванням індивідуальних особливостей навчально-пізнавальної діяльності усіх здобувачів вищої освіти, рекомендацій індивідуальної програми реабілітації особи з інвалідністю (за наявності) та/або висновку про комплексну психолого-педагогічну оцінку розвитку здобувачів вищої освіти (за наявності), що надається інклюзивно-ресурсним центром.

Можливість дистанційного (або очно-дистанційного) навчання з використання наступних засобів:

1. Система Moodle (<https://moodle.mnau.edu.ua/course/view.php?id=2305>) – лекційний матеріал, практичні завдання, завдання для самостійної роботи;
2. Сервіс відео-телефонного зв'язку та відеоконференцій Google meet – для проведення індивідуальних практичних занять, консультацій тощо;
3. Електронний репозитарій МНАУ – для використання інформаційних матеріалів ([http://dspace.mnau.edu.ua/jspui/simple-search?location=%2F&query=%D0%91%D0%BE%D0%B9%D1%87%D1%83%D0%BA&rpp=10&sort\\_by=score&order=desc](http://dspace.mnau.edu.ua/jspui/simple-search?location=%2F&query=%D0%91%D0%BE%D0%B9%D1%87%D1%83%D0%BA&rpp=10&sort_by=score&order=desc));
4. Аудіо- та відеоповідомлення з лекційним матеріалом, поясненням особливостей завдань та напрямками їх виконання тощо;
5. Спілкування через Telegram – багатоплатформовий клауд-месенджер з функціями VoIP для смартфонів, планшетів та ПК, який дозволяє обмінюватися текстовими, голосовими та відеоповідомленнями, наліпками та фотографіями, файлами багатьох форматів;
6. Залучення до освітньо-наукових заходів в онлайн-режимі;
7. Індивідуальний підхід до викладення матеріалу навчальної дисципліни;
8. Можливість залучення до освітнього процесу куратора академічної групи та людини, яка знаходиться поряд з здобувачем вищої освіти з особливими освітніми потребами (батьки, сестра, брат та інших).

**Мовна підготовка.** Дисципліна викладається українською мовою. До кожної теми наведено ключові слова англійською мовою.

**Форми навчання.** Денна (дистанційна, змішана – за наказом ректора, наприклад, у зв'язку із дотриманням карантинних заходів). Освітній процес реалізується у таких формах: навчальні заняття (лекційні заняття, практичні заняття, консультації), індивідуальні завдання, самостійна робота, контрольні заходи.

**Методи навчання.** Проблемно-орієнтоване навчання, студентоцентроване навчання, змішане навчання в системі Moodle університету, самонавчання, навчання на основі досліджень. Викладання проводиться у вигляді лекцій, мультимедійних лекцій, практичних занять. Також передбачена самостійна робота з можливістю консультацій з викладачем, e-learning за окремими освітніми компонентами, індивідуальні заняття.

У процесі навчання всі учасники освітнього процесу зобов'язані дотримуватися принципів **академічної доброчесності** – сукупності етичних принципів та визначених правил провадження освітньої та наукової діяльності, які є обов'язковими для всіх учасників такої діяльності та мають на меті забезпечувати довіру до результатів навчання та наукової діяльності, з урахуванням вимог Закону України «Про вищу освіту», «Про освіту», методичних рекомендацій Міністерства освіти і науки України для закладів вищої освіти з підтримки принципів академічної доброчесності, Кодексу академічної доброчесності у Миколаївському національному аграрному університеті та інших документів.

Усі академічні тексти (освітні та наукові) здобувачів вищої освіти обов'язково перевіряються щодо їх відповідності принципам академічної доброчесності, у т. ч. за допомогою програми Unichек.

Робоча програма з дисципліни щорічно оновлюється з урахуванням побажань та результатів опитування здобувачів вищої освіти та роботодавців.



### 3. Мета вивчення навчальної дисципліни

*Мета дисципліни:* формування системи теоретичних знань і практичних навичок з основ математичного апарату, засвоєння студентами базових математичних знань, необхідних під час розв'язування задач у професійній діяльності; вироблення навичок математичного дослідження прикладних задач, формування логічного мислення.

*Завдання дисципліни:*

- ознайомлення студентів з основами математичного апарату, необхідного для розв'язування теоретичних і практичних завдань механіки та формування необхідної математичної логіки;

- прищеплення студентам умінь самостійно вивчати літературу з математики та її прикладних питань;

- дати необхідну математичну підготовку та знання для вивчення інших дисциплін;

- вироблення у студентів практичних навиків при розв'язуванні конкретних задач, вміння застосовувати математичні методи при дослідженні технічних процесів і прийнятті оптимальних інженерних рішень в техніці.

*Предмет дисципліни:* фундаментальні положення аналітичної геометрії, лінійної та векторної алгебри та математичного аналізу.

*Інтегральна компетентність:*

Здатність розв'язувати типові спеціалізовані завдання та практичні проблеми під час професійної діяльності у галузі, або у процесі навчання, що передбачає застосування теорій та методів відповідної науки і характеризується певною невизначеністю умов агропромислового виробництва.

*Загальні компетентності:*

ЗК6. Здатність до системного та абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

ЗК7. Здатність учитися, бути наполегливим в досягненні мети.

*Програмні результати навчання:*

ПРН3. Вміння збирати, аналізувати, застосовувати знання для розв'язання задач аналізу та синтезу у агропромисловому виробництві.

ПРН15. Застосовувати механізовані технології та комплекси машин для виробництва продукції.

#### 4. Передумови для вивчення дисципліни

Для успішного засвоєння студентами курсу вищої математики достатньо знань середньої школи. Для здобувачів вищої освіти початкового рівня (короткий цикл) передбачаються додаткові щотижневі позапрограмні заняття-консультації з шкільного курсу математики.

#### 5. Місце дисципліни у структурі навчальних дисциплін



## 6. Структурно-логічна схема навчальної дисципліни

Змістовий модуль		Теми		Обсяги годин			
I семестр							
№	назва	№	назва	Л	П	СР	Разом
1	Елементи лінійної алгебри.	1	Матриці. Дії з матрицями та їхні властивості.	2	2	-	4
		2	Визначники, їхні основні властивості. Мінори, алгебраїчні доповнення.	1	2	2	5
		3	Обернена матриця, її властивості та знаходження.	1	2	2	5
		4	Матричний метод та формули Крамера розв'язування систем лінійних рівнянь.	2	2	2	6
		5	Метод Гаусса розв'язування систем лінійних рівнянь. Ранг матриці. Теорема Кронекера-Капелі.	2	2	6	10
<b>Всього за змістовий модуль</b>				<b>8</b>	<b>10</b>	<b>12</b>	<b>30</b>
2	Елементи аналітичної геометрії на площині.	6	Система прямокутних координат на площині. Застосування координат для розв'язування задач планіметрії.	1	2	2	5
		7	Пряма на площині. Взаємне розташування прямих і точки на площині.	2	2	4	8
		8	Лінії другого порядку на площині.	2	2	2	6
		9	Перетворення прямокутних координат на площині. Полярні координати.	1	2	2	5
<b>Всього за змістовий модуль</b>				<b>6</b>	<b>8</b>	<b>10</b>	<b>24</b>
3	Векторна алгебра. Елементи аналітичної геометрії в просторі.	10	Вектор. Лінійні дії над векторами. Скалярний добуток векторів.	2		2	4
		11	Векторний та мішаний добуток векторів, властивості.	2	2	2	6
		12	Площина у просторі. Взаємне розташування площин і точки у просторі. Поверхні у просторі.	2	2	6	10
		13	Пряма у просторі. Взаємне розташування прямих та площини.	2	2	4	8
<b>Всього за змістовий модуль</b>				<b>8</b>	<b>6</b>	<b>14</b>	<b>28</b>
4	Вступ до аналізу функцій однієї змінної.	14	Основи аналізу. Числові множини і послідовності.	2	2	2	6
		15	Функції однієї змінної. Границя функції. Чудові границі.	3	2	6	11
		16	Неперервність функції. Розрив функції у точці.	3	2	1	6
<b>Всього за змістовий модуль</b>				<b>8</b>	<b>6</b>	<b>9</b>	<b>23</b>
<b>Всього годин по навчальній дисципліні за семестр</b>				<b>30</b>	<b>30</b>	<b>45</b>	<b>105</b>



2 семестр							
Змістовий модуль		Теми			Обсяги годин		
№	назва	№	назва	ЛЗ	ПР	СР	Разом
5	Диференціальне числення функції однієї змінної.	1	Похідна та її зміст.	2	2	-	4
		2	Правила диференціювання. Похідні елементарних функцій. Основні теореми диференціального числення.	3	2	-	5
		3	Похідна від складеної функції. Логарифмічне диференціювання.	1	2	1	4
		4	Диференціал функції. Похідні та диференціали вищих порядків.	2	2	1	5
		5	Неявна і параметрична функції та їх диференціювання.	1	2	-	3
		6	Правило Лопітала. Асимптоти графіка функції.	2	2	1	5
		7	Застосування похідної для дослідження функції.	3	2	1	6
<b>Всього за змістовий модуль</b>				<b>14</b>	<b>14</b>	<b>4</b>	<b>32</b>
6	Диференціальне числення функції багатьох змінних.	8	Функція двох та більше змінних.	2	2	-	4
		9	Похідні та диференціал від функції двох змінних.	2	2	1	5
		10	Екстремуми, найбільше і найменше значення функції двох змінних.	2	2	1	5
<b>Всього за змістовий модуль</b>				<b>6</b>	<b>6</b>	<b>2</b>	<b>14</b>
7	Інтегральне числення функції однієї змінної. Невизначений інтеграл.	11	Первісна. Невизначений інтеграл та його властивості. Таблиця інтегралів.	2	2	-	4
		12	Методи інтегрування.	2	4	-	6
		13	Інтегрування простіших раціональних дробів.	2	2	-	4
		14	Дробово-раціональні функції та їх інтегрування.	2	2	1	5
		15	Інтегрування ірраціональних функцій.	3	2	1	6
		16	Інтегрування тригонометричних функцій.	3	2	1	6
<b>Всього за змістовий модуль</b>				<b>14</b>	<b>14</b>	<b>3</b>	<b>31</b>
8	Інтегральне числення функції однієї змінної. Визначений інтеграл.	17	Визначений інтеграл, його геометричний зміст та властивості.	3	2	-	5
		18	Визначений інтеграл як функція верхньої змінної межі інтегрування. Формула Ньютона – Лейбніца.	3	4	-	7
		19	Невласні інтегралы та їхні властивості.	2	2	-	4
		20	Наближене обчислення визначених інтегралів.	2	-	2	4
		21	Застосування визначених інтегралів до розв'язання задач геометрії.	2	2	-	4
		22	Застосування визначених інтегралів до розв'язання задач механіки.	2	2	-	4
<b>Всього за змістовий модуль</b>				<b>14</b>	<b>12</b>	<b>2</b>	<b>28</b>
<b>Всього годин по навчальній дисципліні за семестр</b>				<b>48</b>	<b>46</b>	<b>11</b>	<b>105</b>

## 7. Зміст навчальної дисципліни

### 7.1. Загальний розподіл годин і кредитів

Назва змістового модуля	Кількість годин і кредитів		
	год.	кредитів	%
Елементи лінійної алгебри.	30	1	14,3
Елементи аналітичної геометрії на площині.	24	0,8	11,4
Векторна алгебра. Елементи аналітичної геометрії в просторі.	28	0,93	13,3
Вступ до аналізу функцій однієї змінної.	23	0,77	11,0
Диференціальне числення функції однієї змінної.	32	1,07	15,2
Диференціальне числення функції багатьох змінних.	14	0,47	6,7
Інтегральне числення функції однієї змінної. Невизначений інтеграл.	31	1,03	14,8
Інтегральне числення функції однієї змінної. Визначений інтеграл.	28	0,93	13,3
<b>Всього</b>	<b>210</b>	<b>7,0</b>	<b>100,0</b>

### 7.2. Склад, обсяг і терміни виконання змістових модулів

Назва змістового модуля	Кількість годин	Термін виконання
Елементи лінійної алгебри.	30	Відповідно до розкладу занять та графіка освітнього процесу протягом семестру
Елементи аналітичної геометрії на площині.	24	
Векторна алгебра. Елементи аналітичної геометрії в просторі.	28	
Вступ до аналізу функцій однієї змінної.	23	
<b>Всього</b>	<b>105</b>	<b>x</b>
Диференціальне числення функції однієї змінної.	32	Відповідно до розкладу занять та графіка освітнього процесу протягом семестру
Диференціальне числення функції багатьох змінних.	14	
Інтегральне числення функції однієї змінної. Невизначений інтеграл.	31	
Інтегральне числення функції однієї змінної. Визначений інтеграл.	28	
<b>Всього</b>	<b>105</b>	<b>x</b>

### 7.3. Перелік та короткий зміст лекцій

#### ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 1 ЕЛЕМЕНТИ ЛІНІЙНОЇ АЛГЕБРИ

##### Лекція 1. Матриці. Дії з матрицями та їхні властивості.

Короткий історичний огляд. Означення матриці, види матриць, розмірність матриці. Додавання та віднімання матриць, множення матриці на скаляр. Транспонування матриці. Множення матриць. Властивості операцій над матрицями.

**Ключові слова:** матриця, розмірність матриці, квадратна матриця, одинична матриця, додавання, віднімання, множення.

**Key words:** matrix, matrix dimension, square matrix, identity matrix, addition, subtraction, multiplication.

##### Лекція 2. Визначники, їхні основні властивості. Мінори, алгебраїчні доповнення. Обернена матриця, її властивості та знаходження.

Визначник квадратної матриці, властивості. Способи обчислення визначників  $2 \times 2$  та  $3 \times 3$ . Мінор матриці. Алгебраїчне доповнення до елемента матриці. Обернена матриця, алгоритм знаходження оберненої матриці.

**Ключові слова:** визначник, мінор, алгебраїчне доповнення, обернена матриця, особлива матриця.

**Key words:** determinant, minor, algebraic complement, inverse matrix, singular matrix.

##### Лекція 3. Матричний метод та формули Крамера розв'язування систем лінійних рівнянь.

Система лінійних рівнянь. Матрична форма запису систем лінійних рівнянь. Матричний метод розв'язування систем лінійних рівнянь. Формули Крамера розв'язування систем лінійних рівнянь.

**Ключові слова:** система лінійних рівнянь, матричне рівняння, формули Крамера.

**Key words:** system of linear equations, matrix equation, Cramer's formulas.

##### Лекція 4. Метод Гаусса розв'язування систем лінійних рівнянь. Ранг матриці. Теорема Кронекера-Капелі.

Метод Гаусса розв'язування системи лінійних рівнянь. Ранг матриці. Теорема Кронекера-Капелі. Сумісні та несумісні системи рівнянь. Визначені та невизначені системи рівнянь. Однорідні системи рівнянь.

**Ключові слова:** метод Гаусса, ранг матриці, невизначені та несумісні системи рівнянь, однорідні системи рівнянь.

**Key words:** Gaussian method, matrix rank, indefinite and incompatible systems of equations, homogeneous systems of equations.

#### ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 2 ЕЛЕМЕНТИ АНАЛІТИЧНОЇ ГЕОМЕТРІЇ НА ПЛОЩИНІ.

##### Лекція 5. Система прямокутних координат на площині (1 год.).

Координатна площина, відстань між точками, поділ відрізка у заданому відношенні, формула площі трикутника через координати вершин.

**Ключові слова:** абсциса, ордината, відстань, відрізок прямої, відношення.

**Key words:** abscissa, ordinate, distance, line segment, ratio.

##### Лекція 6. Пряма на площині. Різні форми рівнянь прямої.

Рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом, кут між прямими на площині, умови паралельності та перпендикулярності прямих, загальне рівняння прямої, рівняння прямої через дві точки, рівняння прямої у відрізках на осях, нормальне рівняння прямої, відхилення та відстань точки від прямої.

**Ключові слова:** кутовий коефіцієнт прямої, паралельність, перпендикулярність, рівняння прямої, нормуючий множник, відхилення точки від прямої.

**Key words:** angular coefficient of a line, parallelism, perpendicularity, line equation, normalizing factor, deviation of a point from a line.

**Лекція 7. Лінії другого порядку на площині.**

Коло, еліпс, гіпербола, парабола.

**Ключові слова:** коло, еліпс, гіпербола, парабола, канонічне рівняння, фокус, директриса, ексцентриситет, асимптота.

**Key words:** circle, ellipse, hyperbola, parabola, canonical equation, focus, headmistress, eccentricity, asymptote.

**Лекція 8. Перетворення прямокутних координат на площині. Полярні координати (1 год.).**

Перетворення прямокутних координат на площині при паралельному перенесенні. Перетворення прямокутних координат на площині при повороті Полярні координати та їх зв'язок з прямокутними координатами.

**Ключові слова:** перетворення координат, паралельне перенесення, поворот, полюс, полярні координати.

**Key words:** coordinate transformation, parallel transfer, rotation, pole, polar coordinates.

### ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 3

#### ВЕКТОРНА АЛГЕБРА.

#### ЕЛЕМЕНТИ АНАЛІТИЧНОЇ ГЕОМЕТРІЇ В ПРОСТОРИ.

**Лекція 9. Вектор. Лінійні дії над векторами.**

Вектор, координати, напрям, довжина вектора. Проекція вектора на вісь. Розкладання вектора по базису. Лінійні дії над векторами. Скалярне множення векторів. Кут між векторами.

**Ключові слова:** вектор, напрям, проекція, орт, базис, скалярний добуток, кут між векторами, ортогональні вектора.

**Key words:** vector, direction, projection, ort, basis, dot product, angle between vectors, orthogonal vectors.

**Лекція 10. Векторний та мішаний добуток векторів, властивості.**

Векторний добуток векторів, геометричний зміст модуля векторного добутку, формула векторного добутку через координати векторів, мішаний добуток векторів, геометричний зміст мішаного добутку, формула мішаного добутку через координати векторів.

**Ключові слова:** векторний добуток, колінеарні вектора, мішаний добуток, компланарні вектора.

**Key words:** cross product, collinear vectors, mixed product, coplanar vectors.

**Лекція 11. Поверхні у просторі.**

Поверхні у просторі. Площина як поверхня 1-го порядку. Рівняння площини через три точки, загальне рівняння площини, рівняння площини у відрізках на осях, нормальне рівняння площини, відхилення та відстань точки від площини. Кут між площинами, умови паралельності та перпендикулярності площин. Поняття про поверхні 2-го порядку.

**Ключові слова:** поверхня, площина, нормаль площини, рівняння площини, відхилення точки від площини, сфера, еліпсоїд, гіперболоїд, параболоїд.

**Key words:** surface, plane, plane normal, plane equation, deviation of a point from a plane, sphere, ellipsoid, hyperboloid, paraboloid.

**Лекція 12. Пряма у просторі. Взаємне розташування прямих та площини.**

Рівняння прямої через дві точки, спрямовуючий вектор прямої, рівняння прямої як перетин двох площин, параметричні рівняння прямої, кут між прямими у просторі, умови паралельності та перпендикулярності прямих, кут між прямою та площиною, умови паралельності та перпендикулярності прямої та площини, знаходження точки перетину прямої і площини.

**Ключові слова:** пряма, спрямовуючий вектор прямої, рівняння прямої, параметр, точка перетину.

**Key words:** line, direction vector of a line, line equation, parameter, intersection point.

## ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 4 ВСТУП ДО АНАЛІЗУ ФУНКЦІЙ ОДНІЄЇ ЗМІННОЇ.

### Лекція 13. Основи аналізу. Числові множини і послідовності.

Числові множини, абсолютна величина (модуль) дійсного числа, види числових проміжків, числова послідовність, границя та збіжність числової послідовності, арифметичні властивості границь.

**Ключові слова:** числова множина, абсолютна величина (модуль), числові проміжки, числова послідовність, границя, збіжність числової послідовності.

**Key words:** number set, absolute value (modulus), number intervals, number sequence, limit, sequence convergence.

### Лекція 14. Функції однієї змінної. Границя функції. Чудові границі.

Функції однієї змінної, способи задавання функції. Границя функції. Нескінченно малі функції та нескінченно великі функції, їхні властивості. Перша чудова границя. Друга чудова границя.

**Ключові слова:** функція, границя функція, нескінченно мала функція, нескінченно велика функція, чудова границя.

**Key words:** function, limit function, infinitely small function, infinitely large function, remarkable limit

### Лекція 15. Неперервність функції.

Неперервність функції в точці та на проміжку, неперервність елементарних функцій, розрив функції у точці, властивості неперервних функцій на відрізку.

**Ключові слова:** неперервність функції, точка розриву I роду, усувний розрив, неусувний розрив, точка розриву II роду.

**Key words:** continuity of a function, discontinuity point of the 1st kind, removable discontinuity, jump discontinuity, discontinuity point of the 2nd kind.

## ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 5 ДИФЕРЕНЦІАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ ФУНКЦІЇ ОДНІЄЇ ЗМІННОЇ

### Лекція 1. Похідна та її зміст.

Задачі, що приводять до поняття похідної. Означення похідної, її геометричний та механічний зміст. Рівняння дотичної та нормалі кривої.

**Ключові слова:** похідна, геометричний зміст похідної, механічний зміст похідної, рівняння дотичної, рівняння нормалі.

**Key words:** derivative, geometric content of the derivative, mechanical content of the derivative, tangent equation, normal equation.

### Лекція 2. Правила диференціювання. Похідні елементарних функцій (3 год.).

Правила диференціювання. Обернена функція та її диференціювання. Похідні елементарних функцій. Таблиця похідних. Теореми Ролля, Лагранжа, Коші.

**Ключові слова:** похідна суми функцій, похідна добутку функцій, похідна частки функцій, обернена функція, теореми диференціального числення.

**Key words:** derivative of a sum of functions, derivative of a product of functions, derivative of a quotient function, inverse function, differential calculus theorems.

### Лекція 3. Похідна від складеної функції. Логарифмічне диференціювання (1 год.).

Складена функція, похідна від складеної функції. Алгоритм логарифмічного диференціювання, випадки застосування.

**Ключові слова:** похідна складеної функції, логарифмічне диференціювання.

**Key words:** composite function derivative, logarithmic derivation.

### Лекція 4. Диференціал функції. Похідні та диференціали вищих порядків.

Диференціал функції та його геометричний зміст. Застосування диференціала для наближених обчислень. Похідні вищих порядків. Диференціали вищих порядків.

**Ключові слова:** диференціал, приріст, порядок похідної, порядок диференціала.

**Key words:** differential, increment, derivative order, differential order.

**Лекція 5. Неявна і параметрична функції та їх диференціювання (1 год.).**

Неявна функція та її диференціювання. Задані параметрично функції та їх диференціювання.

**Ключові слова:** неявна функція, параметрична функція, похідна.

**Key words:** implicit function, parametric function, derivative.

**Лекція 6. Правило Лопіталя. Асимптоти графіка функції.**

Розкриття невизначеностей за правилом Лопіталя. Вертикальні асимптоти графіка функції. Похилі асимптоти графіка функції.

**Ключові слова:** невизначеність, правило Лопіталя, вертикальна асимптота, похила асимптота.

**Key words:** uncertainty, L'Hospital's rule, vertical asymptote, oblique asymptote.

**Лекція 7. Застосування похідної для дослідження функції (3 год.).**

Зростання та спадання функції, локальний екстремум. Достатні ознаки зростання та спадання функції на інтервалі, дослідження функції на екстремум за допомогою другої похідної. Найбільше та найменше значення функції на відрізку. Опуклість та вгнутість кривої, точки перегину. Загальна схема дослідження функції з побудовою її графіка.

**Ключові слова:** зростання функції, спадання функції, локальний екстремум, найбільше значення, найменше значення, опуклість кривої, вгнутість кривої, перегин, графік.

**Key words:** increasing function, decreasing function, local extremum, highest value, lowest value, convex curve, concave curve, inflection, graph.

**ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 6****ДИФЕРЕНЦІАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ ФУНКЦІЇ БАГАТЬОХ ЗМІННИХ****Лекція 8. Функція двох та більше змінних.**

Означення, область визначення функції двох та більше змінних. Поняття границі та неперервність функції двох змінних. Частинний та повний приріст функції двох змінних і їхній геометричний зміст.

**Ключові слова:** функція двох та більше змінних, границя, неперервність, частинний приріст, повний приріст.

**Key words:** function of two or more variables, limit, continuity, partial increment, total increment.

**Лекція 9. Похідні та диференціал від функції двох змінних.**

Частинні похідні від функцій багатьох змінних та їх геометричний зміст (для функцій двох змінних). Похідні від неявних функцій. Частинні похідні вищих порядків. Похідні за напрямком, поняття градієнта функції. Повний диференціал. Використання повного диференціалу при наближених обчисленнях.

**Ключові слова:** частинна похідна, неявна функція, похідна за напрямком, градієнт, повний диференціал.

**Key words:** partial derivative, implicit function, directional derivative, gradient, total differential.

**Лекція 10. Екстремуми, найбільше і найменше значення функції двох змінних.**

Екстремум функції двох змінних, необхідні та достатні умови існування екстремуму функції двох змінних. Найбільше та найменше значення функції двох змінних в області.

**Ключові слова:** функція двох змінних, екстремум, найбільше значення, найменше значення.

**Key words:** function of two variables, extremum, largest value, smallest value.

**ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 7****ІНТЕГРАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ ФУНКЦІЇ ОДНІЄЇ ЗМІННОЇ.  
НЕВИЗНАЧЕНИЙ ІНТЕГРАЛ****Лекція 11. Первісна. Невизначений інтеграл та його властивості. Таблиця інтегралів.**

Задачі, що приводять до невизначеного інтеграла. Первісна. Невизначений інтеграл та його властивості. Таблиця інтегралів. Безпосереднє інтегрування.

**Ключові слова:** первісна, невизначений інтеграл, властивості невизначеного інтеграла.

**Key words:** antiderivative, indefinite integral, properties of an indefinite integral.

### **Лекція 12. Методи інтегрування.**

Інтегрування методом заміни змінної. Інтегрування частинами. Інтеграл від деяких функцій, в яких є квадратний тричлен у знаменнику.

**Ключові слова:** заміна змінної, інтегрування частинами, квадратний тричлен.

**Key words:** variable change, integration by parts, square trinomial.

### **Лекція 13. Інтегрування найпростіших раціональних дробів.**

Найпростіші раціональні дроби першого і другого типу та їх інтегрування (приклад). Інтегрування найпростіших раціональних дробів третього типу (приклад). Інтегрування найпростіших раціональних дробів четвертого типу.

**Ключові слова:** найпростіший раціональний дріб, тип найпростішого раціонального дроби, рекурентна формула.

**Key words:** simplest rational fraction, simplest rational fraction type, recurrent formula.

### **Лекція 14. Дробово-раціональні функції та їх інтегрування.**

Виділення цілої частини неправильного раціонального дроби. Розкладання правильного дроби на частинні дроби. Спосіб прирівняння коефіцієнтів при однакових степенях невідомої та спосіб частинних значень змінної.

**Ключові слова:** неправильний раціональний дріб, правильний раціональний дріб, частинні дроби.

**Key words:** improper rational fraction, proper rational fraction, partial function.

### **Лекція 15. Інтеграл від деяких класів ірраціональних функцій (3 год.).**

Раціоналізації підінтегрального виразу, раціоналізація ірраціональних дробів, раціоналізація підстановками Ейлера. Диференціальний біном та його інтегрування.

**Ключові слова:** ірраціональна функція, ірраціональний дріб, заміни раціоналізації, підстановки Ейлера, диференціальний біном та його інтегрування. Застосування тригонометричних підстановок для інтегрування ірраціональностей.

**Key words:** irrational function, irrational fraction, rationalizing substitutions, Euler substitution, differential bin.

### **Лекція 16. Інтегрування тригонометричних функцій (3 год.).**

Інтегрування деяких класів тригонометричних функцій. Універсальна тригонометрична підстановка. Про функції, інтеграл від яких не виражаються через елементарні функції.

**Ключові слова:** тригонометрична функція, ініверсальна тригонометрична підстановка, формули пониження степеня.

**Key words:** trigonometric function, universal trigonometric substitution, power reduction formulas.

## **ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 8 ІНТЕГРАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ ФУНКЦІЇ ОДНІЄЇ ЗМІННОЇ. ВИЗНАЧЕНИЙ ІНТЕГРАЛ**

### **Лекція 17. Визначений інтеграл, його геометричний зміст та властивості (3 год.).**

Задачі, що приводять до поняття визначеного інтегралу. Означення визначеного інтегралу та його геометричний зміст. Основні властивості визначеного інтегралу.

**Ключові слова:** визначений інтеграл, інтегральна сума, площа криволінійної трапеції, робота змінної сили.

**Key words:** definite integral, integral sum, area of a curved trapezoid, work done by variable force.

### **Лекція 18. Визначений інтеграл як функція верхньої змінної межі інтегрування. Формула Ньютона – Лейбніца.**

Інтеграл із змінною верхньою межею. Властивості інтеграла із змінною верхньою межею. Функція верхньої змінної межі інтегрування та її похідна. Формула Ньютона – Лейбніца. Основні методи обчислення визначених інтегралів.



**Ключові слова:** інтеграл із змінною верхньою межею, функція верхньої змінної межі інтегрування, формула Ньютона – Лейбніца.

**Key words:** integral with variable upper limit, function of variable upper limit of integration, Newton – Leibniz formula.

**Лекція 19. Невласні інтеграли та їхні властивості.**

Невласні інтеграли з нескінченними межами інтегрування, невластні інтеграли від розривних функцій, основні властивості невластних інтегралів.

**Ключові слова:** невластні інтеграли, нескінченні межі інтегрування, розривна функція.

**Key words:** improper integrals, infinite boundaries of integration, discontinuous function.

**Лекція 20. Наближене обчислення визначених інтегралів.**

Формула прямокутників, похибка формули прямокутників, формула трапеції, формула Сімпсона.

**Ключові слова:** формула прямокутників, похибка, формула трапеції, формула Сімпсона.

**Key words:** rectangle formula, absolute error, trapezoid formula, Simpson's formula.

**Лекція 21. Застосування визначених інтегралів до розв'язання задач геометрії.**

Обчислення площ плоских фігур, обчислення довжини дуги, знаходження площі поверхні обертання, знаходження об'ємів тіл обертання.

**Ключові слова:** площа, плоска фігура, довжина, дуга, поверхня обертання, об'єм, тіло обертання.

**Key words:** area, flat figure, length, arc, surface of revolution, volume, body of revolution.

**Лекція 22. Застосування визначених інтегралів до розв'язання задач механіки.**

Обчислення роботи змінної сили, знаходження маси плоскої фігури, обчислення статичних моментів плоских фігур, знаходження координат центра мас, обчислення моментів інерції плоских фігур.

**Ключові слова:** робота змінної сили, маса плоскої фігури, статичний момент, центра мас, момент інерції.

**Key words:** work done by variable force, mass of a flat figure, static moment, center of mass, moment of inertia.

## 7.4. Перелік та план практичних занять

### Змістовий модуль 1. Елементи лінійної алгебри

#### 1. Дії з матрицями та їхні властивості.

Додавання, віднімання матриць. Транспонування матриць. Знаходження добутку матриць.

#### 2. Обчислення визначників.

Обчислення визначників матриць  $2 \times 2$  та  $3 \times 3$ . Підтвердження властивостей визначників прикладами.

#### 3. Знаходження оберненої матриці.

Знаходження обернених матриць до матриць  $2 \times 2$  та  $3 \times 3$ .

#### 4. Матричний метод та формули Крамера розв'язування систем лінійних рівнянь.

Розв'язування систем лінійних рівнянь матричним методом. Розв'язування систем лінійних рівнянь за допомогою формул Крамера.

#### 5. Метод Гаусса розв'язування систем лінійних рівнянь.

Розв'язування систем лінійних рівнянь методом Гаусса.

### Змістовий модуль 2. Елементи аналітичної геометрії на площині

#### 6. Застосування координат для розв'язування задач планіметрії.

Знаходження площі, висот, медіан, бісектрис, центра трикутника.

#### 7. Взаємне розташування прямих і точки на площині.

Визначення кутів між прямими, відстаней від точок до прямих.

#### 8. Лінії другого порядку на площині.

Дослідження еліпса, гіперболи, параболи за їхніми канонічними рівняннями.

#### 9. Перетворення прямокутних координат на площині.

Паралельне перенесення еліпса, гіперболи, параболи.

### Змістовий модуль 3. Векторна алгебра. Елементи аналітичної геометрії в просторі

#### 10. Векторний та мішаний добутки векторів.

Знаходження векторного та мішаного добутків векторів, площі трикутника, паралелограма, об'єму паралелепіпеда, піраміди.

#### 11. Взаємне розташування площин і точки у просторі.

Визначення кутів між площинами, відстаней від точок до площин.

#### 12. Взаємне розташування прямих та площини.

Визначення кута між прямою і площиною, точки перетину їх.

### Змістовий модуль 4. Вступ до аналізу функцій однієї змінної

#### 13. Границя числової послідовності.

Визначення границь числових послідовностей. Розкриття невизначеностей.

#### 14. Границя функції в точці.

Визначення границь функцій в точці. Розкриття невизначеностей.

#### 15. Розрив функції у точці.

Визначення точок розриву функцій та дослідження їх.

### Змістовий модуль 5. Диференціальне числення функції однієї змінної

#### 1. Похідна та її зміст.

Визначення швидкості, прискорення руху. Знаходження рівнянь дотичної, нормалі.

#### 2. Правила диференціювання. Похідні елементарних функцій.

Знаходження похідної суми-різниці функції, знаходження похідної добутку функції, знаходження похідної частки функцій.

#### 3. Похідна від складеної функції. Логарифмічне диференціювання.

Знаходження похідної складеної функції, знаходження похідної логарифмічним диференціюванням.

**4. Диференціал функції. Похідні та диференціали вищих порядків.**

Застосування диференціала для наближених обчислень. Зходження похідних вищих порядків.

**5. Неявна і параметрична функції та їх диференціювання.**

Неявна функція та її диференціювання. Параметричні функції та їх диференціювання.

**6. Правило Лопіталя. Асимптоти графіка функції.**

Розкриття невизначеностей за правилом Лопіталя. Визначення вертикальних та похилих асимптот.

**7. Застосування похідної для дослідження функції.**

Зростання та спадання функції. Локальний екстремум. Опуклість та вгнутість кривої. Точки перегину. Загальна схема дослідження функції з побудовою її графіка.

**Змістовий модуль 6. Диференціальне числення функції багатьох змінних****8. Функції двох та більше змінних.**

Функція двох або трьох змінних. Область визначення функції двох змінних, неперервність функції двох змінних. Лінії та поверхні рівня.

**9. Похідні та диференціал від функції двох змінних.**

Частинні похідні від функцій двох змінних та їх геометричний зміст. Повний приріст та повний диференціал. Використання повного диференціалу при наближених обчисленнях. Похідні від неявних функцій. Частинні похідні вищих порядків.

**10. Екстремуми, найбільше і найменше значення функції двох змінних.**

Визначення екстремумів функції двох змінних. Визначення найбільшого та найменшого значень в області функції двох змінних.

**Змістовий модуль 7. Інтегральне числення функції однієї змінної. Невизначений інтеграл****11. Безпосереднє інтегрування невизначеного інтегралу.**

Таблиця інтегралів. Застосування властивостей невизначених інтегралів. Зміна змінної під знаком диференціала.

**12. Інтегрування методом заміни змінної.**

Інтегрування методом заміни змінної. Інтегралі від функцій, в яких є квадратний трихлен у знаменнику.

**13. Інтегрування частинами.**

Інтегрування частинами добутку многочлена на тригонометричну функцію. Інтегрування частинами добутку многочлена на показникову функцію. Інтегрування частинами добутку многочлена на обернену тригонометричну функцію. Інтегрування частинами добутку многочлена на логарифмічну функцію.

**14. Інтегрування простіших раціональних дробів.**

Інтегрування простіших дробів першого і другого типів. Інтегрування простіших дробів третього типу.

**15. Дробово-раціональні функції та їх інтегрування.**

Виділення цілої частини неправильного раціонального дроби. Розкладання правильного раціонального дроби на найпростіші дроби. Інтегрування цілої частини та частинних дробів.

**16. Інтегрування ірраціональних функцій.**

Раціоналізація ірраціональних дробів, раціоналізація підстановками Ейлера. Диференціальний біном та його інтегрування.

**17. Інтегрування тригонометричних функцій.**

Інтегрування деяких класів тригонометричних функцій. Універсальна тригонометрична підстановка.

**Змістовий модуль 8. Інтегральне числення функції однієї змінної. Визначений інтеграл****18. Визначений інтеграл та його основні властивості.**

Складання інтегральних сум, визначення визначених інтегралів за допомогою інтегральних сум. Властивості визначеного інтеграла.

**19. Визначений інтеграл. Формула Ньютона – Лейбніца.**

Знаходження визначених інтегралів безпосереднім інтегруванням, методом заміни змінної та інтегруванням частинами.

**20. Визначений інтеграл від дробово-раціональних, ірраціональних та тригонометричних функцій.**

Знаходження визначених інтегралів від дробово-раціональних функцій. Знаходження визначених інтегралів від ірраціональних функцій. Знаходження визначених інтегралів від тригонометричних функцій.

**21. Невласні інтеграли та їхні властивості.**

Невласні інтеграли з нескінченними межами інтегрування, невластні інтеграли від розривних функцій.

**22. Застосування визначених інтегралів до розв'язання задач геометрії.**

Обчислення площ плоских фігур, обчислення довжини дуги, знаходження площі поверхні обертання, знаходження об'ємів тіл обертання.

**23. Застосування визначених інтегралів до розв'язання задач механіки.**

Знаходження маси плоскої фігури, обчислення статичних моментів плоских фігур, знаходження координат центра мас, обчислення моментів інерції плоских фігур.

**7.5 Теми, які винесені на самостійне обов'язкове опрацювання****Змістовий модуль 1. Елементи лінійної алгебри****1. Обчислення мінорів та алгебраїчних доповнень.**

Обчислення мінорів матриці, алгебраїчних доповнень. Знаходження визначника матриці за елементами стовпчика (рядка), визначників матриць  $4 \times 4$ .

**2. Знаходження оберненої матриці.**

Знаходження оберненої матриці шляхом елементарних перетворень.

**3. Розв'язування систем лінійних рівнянь (3 год.).**

Розв'язування систем лінійних рівнянь трьома методами.

**4. Ранг матриці (1 год.).**

Визначення ранга матриці.

**5. Несумісні і невизначені системи лінійних рівнянь. Однорідні системи лінійних рівнянь.**

Знаходження розв'язків невизначених систем лінійних рівнянь. Знаходження розв'язків однорідних систем лінійних рівнянь.

**6. Застосування систем лінійних рівнянь для розв'язування задач.**

Знаходження розв'язків однорідних систем лінійних рівнянь.

**Змістовий модуль 2. Елементи аналітичної геометрії на площині****7. Поділ відрізка у заданому відношенні.**

Дослідження розташування точки на лінії відрізка залежно від значення  $\lambda$ .

**8. Різні форми рівнянь прямої.**

Різні форми рівнянь прямої на площині та взаємоперетворення їх.

**9. Застосування рівнянь прямої на площині.**

Визначення елементів трикутника, застосовуючи рівняння прямої на площині.

**10. Лінії другого порядку на площині.**

Побудова ліній другого порядку та їхніх директрис та фокусів.

**11. Полярні координати та їх зв'язок з прямокутними координатами.**

Перехід від полярних координат до прямокутних і навпаки.

**Змістовий модуль 3. Векторна алгебра. Елементи аналітичної геометрії в просторі****12. Лінійні дії над векторами. Скалярний добуток векторів.**

Знаходження координат і довжин векторів, їх суми, різниці, скалярного добутку.

**13. Застосування скалярного, векторного та мішаного добутків векторів.**

Знаходження елементів піраміди, використовуючи скалярний, векторний та мішаний добутків векторів.

**14. Площина у просторі.**

Різні форми рівнянь площини та взаємоперетворення їх.

**15. Поверхні другого порядку.**

Канонічні рівняння поверхонь другого порядку та їх вигляд.

**16. Циліндричні та сферичні координати.**

Перехід від циліндричних до сферичних координат до прямокутних і навпаки.

**17. Пряма у просторі.**

Різні форми рівнянь прямої у просторі та взаємоперетворення їх.

**18. Пряма і площина у просторі.**

Визначення рівнянь прямої та площини за їхнім розташуванням.

**Змістовий модуль 4. Вступ до аналізу функцій однієї змінної****19. Властивості границь.**

Арифметичні властивості границь та властивості виражені нерівностями.

**20. Границя функції на безмежності.**

Визначення границь функцій на безмежності. Розкриття невизначенностей.

**21. Нескінченно великі та нескінченно малі послідовності та функції.**

Нескінченно великі та нескінченно малі послідовності та функції, їх властивості та зв'язок.

**22. Чудові границі.**

Застосування першої чудової границі, застосування другої чудової границі.

**23. Властивості функцій неперервних на відрізьку.**

Теореми для неперервних функцій.

**Змістовий модуль 5. Диференціальне числення функції однієї змінної****1. Похідна функції однієї змінної.**

Виконання розрахункової по похідним.

**2. Застосування похідної функції однієї змінної.**

Виконання розрахункової по застосуванню похідної.

**Змістовий модуль 6. Диференціальне числення функції багатьох змінних****3. Повний диференціал функції двох змінних (1 год.).**

Використання повного диференціалу при наближених обчисленнях.

**4. Екстремум функції двох змінних (1 год.).**

Дослідження функції двох змінних на екстремум.

**Змістовий модуль 7. Інтегральне числення функції однієї змінної. Невизначений інтеграл.****5. Розкладання правильного дроби на найпростіші дроби (1 год.).**

Метод невідомих коефіцієнтів. Спосіб прирівняння коефіцієнтів при однакових степенях невідомої та спосіб частинних значень змінної.

**6. Інтегрування ірраціональних та тригонометричних виразів.**

Виконання розрахункової по невизначеним інтегралам.

**Змістовий модуль 8. Інтегральне числення функції однієї змінної. Визначений інтеграл.****7. Наближене обчислення визначених інтегралів.**

Обчислення визначеного інтеграла формулами прямокутників та трапецій.

## 7.6 Питання для поточного та підсумкового контролю знань здобувачів вищої освіти Перший семестр

### 1. Елементи лінійної алгебри.

1. Матриці. Види матриць. Дії з матрицями та їх властивості.
2. Означення визначника 2, 3 та n-го порядку, властивості визначників.
3. Означення мінору, алгебраїчного доповнення елемента матриці, означення невивродженої, союзної та оберненої матриць. Правило знаходження оберненої матриці та її властивості.
4. Розв'язок системи лінійних рівнянь матричним способом.
5. Розв'язок системи лінійних рівнянь за формулами Крамера.
6. Розв'язок системи лінійних рівнянь методом Гаусса. Дослідження системи лінійних рівнянь на сумісність.
7. Ранг матриці. Теорема Кронекера-Капеллі (без доведення). Приклади обчислення рангу матриці. Поняття системи лінійних однорідних рівнянь.

### 2. Аналітичної геометрія на площині.

8. Предмет аналітичної геометрії. Прямокутна декартова система координат на площині, відстань між двома точками.
9. Поділ відрізка у заданому відношенні.
10. Рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом та його дослідження.
11. Рівняння прямої, що проходить через задану точку з заданим кутовим коефіцієнтом. Рівняння пучка прямих.
12. Рівняння прямої, що проходить через дві задані точки.
13. Рівняння прямої у відрізках на осях.
14. Загальне рівняння прямої та його дослідження.
15. Кут між двома прямими на площині. Умови // та  $\perp$  двох прямих на площині.
16. Сумісне дослідження рівнянь двох прямих, що задані загальними рівняннями.
17. Нормальне рівняння прямої. Зведення загального рівняння прямої до нормального виду.
18. Відстань та відхилення точки від прямої.
19. Поняття кривих 2-го порядку. Означення кола. Канонічне рівняння кола.
20. Означення еліпса. Канонічне рівняння еліпса та його дослідження.
21. Означення гіперболи. Канонічне рівняння гіперболи та його дослідження.
22. Означення параболи. Канонічне рівняння параболи.
23. Перетворення координат на площині: перенесення початку координат, поворот осей координат на кут  $\alpha$ , загальний випадок.
24. Поняття полярних координат та їх зв'язок з декартовими.

### 3. Векторна алгебра. Аналітичної геометрія в просторі.

25. Означення вектора, модуль вектора. Колінеарність та компланарність векторів. Лінійні дії з векторами.
26. Лінійна залежність між векторами. Базис на площині та у просторі.
27. Розклад вектора в координатному базисі  $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ . Лінійні операції над векторами в системі координат.
28. Означення скалярного добутку векторів. Скалярний добуток двох векторів заданих координатами. Основні властивості скалярного добутку векторів. Кут між двома векторами заданими їх координатами. Умова // та  $\perp$  двох векторів.
29. Векторний добуток векторів. Основні властивості векторного добутку. Площа паралелограма побудованого на двох векторах.
30. Векторний добуток двох векторів заданих координатами.
31. Мішаний добуток трьох векторів. Властивості мішаного добутку. Об'єм паралелепіпеда побудованого на трьох векторах.
32. Рівняння площини, що проходить через задану точку перпендикулярно заданому вектору.
33. Загальне рівняння площини у просторі та його дослідження.
34. Нормальне рівняння площини.
35. Рівняння площини через три задані точки. Рівняння площини у відрізках на осях.

36. Кут між двома площинами. Умова // та  $\perp$  двох площин.
37. Відхилення та відстань точки від площини.
38. Канонічні та параметричні рівняння прямої у просторі.
39. Пряма лінія як перетин двох площин. Перехід до канонічних рівнянь прямої.
40. Кут між двома прямими у просторі. Умова // та  $\perp$  двох прямих у просторі.
41. Кут між прямою та площиною. Умови // та  $\perp$  прямої та площини.
42. Умова перетину двох прямих у просторі. Перетин прямої з площиною.

#### **4. Вступ до математичного аналізу функції однієї змінної.**

43. Поняття множини. Числові множини. Проміжки. Окіл точки. Модуль. Властивості модуля.
44. Означення змінної та сталої величини. Означення функції та способи її задання. Основні елементарні функції та їх класифікація. Складена функція.
45. Числова послідовність та її границя. Арифметична та геометрична прогресії. Основні теореми про границі числової послідовності.
46. Границя змінної величини. Нескінченно велика змінна величина.
47. Означення границі функції. Геометричні зображення. Границя функції зліва та справа. Границя функції на нескінченності.
48. Функції, що прямують до нескінченності. Обмежені функції.
49. Нескінченно малі функції. Теорема про зв'язок нескінченно малої з границею функції. Теорема про зв'язок нескінченно малої та нескінченно великої функції.
50. Основні властивості нескінченно малих функцій.
51. Порівняння нескінченно малих.
52. Теореми про арифметичні властивості границь. Теорема про границю проміжної функції.
53. Перша та друга важлива границя. Число  $e$ .
54. Приріст функції та приріст незалежної змінної. Неперервність функції в точці, на інтервалі.
55. Теореми про властивості функцій неперервних на відрізку (без доведення) у точці.
56. Класифікація точок розриву функції. Приклади.

#### **Другий семестр**

#### **5. Диференціальне числення функції однієї змінної.**

1. Задачі, що приводять до поняття похідної.
2. Означення похідної. Механічний та геометричний зміст.
3. Теореми про арифметичні властивості похідних.
4. Теорема про похідну від складеної функції  $y=f(u)$ , де  $u=\varphi(x)$ .
5. Похідні тригонометричних функцій:  $y=\sin x$ ,  $y=\cos x$ .
6. Похідні тригонометричних функцій:  $y=\operatorname{tg} x$ ,  $y=\operatorname{ctg} x$ .
7. Похідна логарифмічної функції.
8. Метод логарифмічного диференціювання. Похідна степенево-показникової функції. Похідні від функції  $a^x$ ,  $e^x$ ,  $x^n$ .
9. Означення оберненої функції. Похідна оберненої функції.
10. Похідні обернених тригонометричних функцій.
11. Похідна неявно та параметрично заданої функції.
12. Означення диференціала функції, його властивості та геометричний зміст.
13. Диференціал складеної функції. Інваріантність форми диференціала. Застосування диференціала до наближених обчислень.
14. Похідні та диференціали вищих порядків. Механічний зміст другої похідної.
15. Похідні вищих порядків від функцій заданих параметрично та неявно.
16. Границя відношення двох нескінченно малих величин та двох нескінченно великих величин. Розкриття невизначеностей за допомогою правил Лопітала.
17. Означення зростаючої та спадної функції, їх геометрична інтерпретація. Теореми про необхідні та достатні ознаки зростання та спадання функцій однієї змінної. на відрізку.



18. Означення максимуму та мінімуму функції. Теорема про необхідну умову екстремуму функції. Критичні точки.
19. Теорема про достатні умови існування екстремуму функції однієї змінної. Схема дослідження функції на екстремум за допомогою першої похідної.
20. Опуклість та вгнутість кривої. Теорема про ознаки опуклості та вгнутості кривої. Схема дослідження функції на опуклість та вгнутість.
21. Асимптоти графіка функції: вертикальні, горизонтальні, похилі. Знаходження рівняння похилої асимптоти.

### **6. Функції багатьох змінних.**

22. Означення функції двох змінних та її області визначення. Геометричне зображення функції двох змінних.
23. Границя функції двох змінних. Неперервність функції двох змінних. Точки розриву.
24. Частинний та повний приріст функції двох змінних. Частинні похідні функції двох змінних та їх геометрична інтерпретація.
25. Повний приріст та повний диференціал функції двох змінних.
26. Похідна складеної функції. Повна похідна та повний диференціал складеної функції.
27. Похідна від функції, що задана неявно.
28. Частинні похідні вищих порядків. Теорема про частинні похідні.
29. Означення максимуму та мінімуму функцій двох змінних. Теорема про необхідні умови існування екстремуму функції двох змінних.
30. Означення максимуму та мінімуму функцій двох змінних. Теорема про достатні умови існування  $\max$  і  $\min$ . Схема знаходження екстремуму функції двох змінних.
31. Найбільше та найменше значення функції двох змінних у замкненій області.

### **7. Інтегральне числення функції однієї змінної. Невизначений інтеграл.**

32. Означення первісної функції та невизначеного інтеграла. Теорема про різницю первісних. Геометричний зміст невизначеного інтеграла.
33. Таблиця основних інтегралів, поняття про інтеграли, які не беруться.
34. Основні властивості невизначеного інтеграла. Метод безпосереднього інтегрування.
35. Інтегрування методом заміни змінної у невизначеному інтегралі. Інтеграли виду:
 
$$\int f(ax + b)dx .$$
36. Інтегрування частинами у невизначеному інтегралі. Основні класи функцій, для яких використовується метод інтегрування частинами.
37. Інтеграл від деяких функцій, які містять квадратний тричлен:
 
$$\int \frac{dx}{ax^2 + bx + c}, \int \frac{Ax + B}{ax^2 + bx + c} dx, \int \frac{dx}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}, \int \frac{Ax + B}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} dx .$$
38. Інтегрування найпростіших ірраціональних функцій.
39. Інтегрування тригонометричних функцій виду:  $R(\sin x, \cos x)$ ,  $R(\sin^2 x, \cos^2 x)$ . Універсальна тригонометрична підстановка.
40. Інтегрування тригонометричних функцій виду:  $R(\operatorname{tg} x)$ ,  $R(\sin x)\cos x$ ,  $R(\cos x)\sin x$ ,  $f(x) = \sin^m x \cos^n x$ . Універсальна тригонометрична підстановка.
41. Інтегрування ірраціональних функцій за допомогою тригонометричних підстановок.

### **8. Інтегральне числення функції однієї змінної. Визначений інтеграл.**

42. Означення визначеного інтеграла та його геометричний зміст.
43. Основні властивості визначеного інтеграла.
44. Визначений інтеграл зі змінною верхньою межею. Формула Ньютона-Лейбніца.
45. Заміна змінної у визначеному інтегралі. Інтегрування частинами у визначеному інтегралі.
46. Формули для наближеного обчислення визначених інтегралів: прямокутників, трапецій.
47. Невласний інтеграл з нескінченими межами та його геометричний зміст.
48. Невласні інтегралі від функцій, які мають точки розриву.
49. Застосування визначеного інтеграла для розв'язування задач геометрії.
50. Застосування визначеного інтеграла для розв'язування задач механіки.

## **8. Форма підсумкового контролю, критерії оцінювання результатів навчання та рейтингова оцінка знань здобувачів вищої освіти з дисципліни**

Оцінювання результатів навчання проводиться відповідно до Положення про організацію освітнього процесу у Миколаївському національному аграрному університеті СО 5.258.01-00.2018 та Положення про порядок оцінювання здобувачів вищої освіти у Миколаївському національному аграрному університеті СО 5.270.01-00.2020.

Підсумкове оцінювання результатів навчання в університеті здійснюється за єдиною 100-бальною шкалою. Оцінка здобувача вищої освіти відповідає відношенню встановленого при оцінюванні рівня сформованості професійних та загальних компетентностей до запланованих результатів навчання (у відсотках).

Підсумкова оцінка з освітньої компоненти «Вища математика», підсумковою формою контролю за якою встановлено екзамен, визначається як сума оцінок (балів) за всіма успішно оціненими результатами навчання під час семестру (оцінки нижче мінімального порогового рівня до підсумкової оцінки не додаються) та оцінки, отриманої під час екзамену.

Мінімальний пороговий рівень оцінки з освітнього компоненту складає 60 відсотків від максимально можливої кількості балів. Здобувач вищої освіти може бути недопущеним до підсумкового оцінювання, якщо під час семестру він: не досяг мінімального порогового рівня оцінки тих результатів навчання, які не можуть бути оцінені під час підсумкового контролю; якщо під час семестру він набрав кількість балів, недостатню для отримання позитивної оцінки навіть у випадку досягнення ним на підсумковому контролі максимально можливого результату.

Оцінювання результатів навчання під час семестру включає оцінювання знань здобувача на основі: виконаних завдань з окремих тем для самостійного виконання на практичних заняттях та під час самостійної роботи; виконаних розрахункових робіт із змістових модулів; пройдених тестів. Критеріями оцінювання є: правильність виконання завдань та розуміння (пріоритет), своєчасність та повнота.

Додатково нараховуються бали за заходи неформальної освіти. Під час оцінювання результатів неформальної освіти здобувача враховується відповідність напрямку та змісту тематики дисципліни, документальне підтвердження участі у заході.

Зміст лекційного матеріалу, методичні рекомендації для практичних робіт та самостійної роботи здобувачів, завдання для розрахункових робіт, критерії та форми оцінювання, напрями наукової роботи розміщено на сторінці дисципліни у Moodle <https://moodle.mnau.edu.ua/course/view.php?id=2305>. Основними deadline залежно від виду роботи є: наступне практичне заняття, підсумковий контрольний захід зі змістового модулю, атестація, день складання екзамену.

**Рейтингова оцінка знань здобувачів вищої освіти з дисципліни**

I семестр			
Назва змістового модуля	Назва теми	Форма контролю	Кількість балів
1. Елементи лінійної алгебри	Дії з матрицями та їх властивості.	Перевірка виконаних завдань для самостійного виконання	2
	Обчислення визначників.		2
	Обчислення мінорів та алгебраїчних доповнень.		2
	Знаходження оберненої матриці.		2
	Ранг матриці.		2
	Несумісні і невизначені системи лінійних рівнянь. Однорідні системи лінійних рівнянь.		2
	Розв'язування систем лінійних рівнянь.	Захист розрахункових робіт	3
	Застосування систем лінійних рівнянь для розв'язування задач.		3
Всього за змістовий модуль			18
2. Елементи аналітичної геометрії на площині	Застосування координат для розв'язування задач планіметрії.	Перевірка виконаних завдань для самостійного виконання	2
	Пряма на площині.		2
	Лінії другого порядку на площині.		2
	Перетворення прямокутних координат на площині.		1
	Полярні координати та їх зв'язок з прямокутними координатами.		1
	Розв'язування задач аналітичної геометрії на площині.	Захист розрахункових робіт	3
	Лінії на площині.		3
Всього за змістовий модуль			14
3. Векторна алгебра. Елементи аналітичної геометрії в просторі.	Лінійні дії над векторами. Скалярний добуток векторів.	Перевірка виконаних завдань для самостійного виконання	1
	Векторний та мішаний добуток векторів.		1
	Площина у просторі.		2
	Пряма у просторі.		2
	Взаємне розташування прямих та площини.		2
	Застосування векторної алгебри		Захист розрахункових робіт
	Розв'язування задач аналітичної геометрії в просторі.	4	
	Вектора та їх застосування.	Тест	2
Всього за змістовий модуль			16
4. Вступ до аналізу функцій однієї змінної.	Границі числових послідовностей.	Перевірка виконаних завдань для самостійного виконання	2
	Границя функції.		2
	Чудові границі.		2
	Неперервність функцій. Розрив функції у точці.		2
	Вступ до аналізу функцій однієї змінної	Тест	4
Всього за змістовий модуль			12
Всього за семестр			60

2 семестр			
Модулі	Вид контролю	Форма контролю	Кількість балів
5. Диференціальне числення функції однієї змінної.	Похідна та її зміст.	Перевірка виконаних завдань для самостійного виконання	1
	Правила диференціювання.		1
	Похідна складеної функції. Логарифмічне диференціювання.		2
	Диференціал функції. Похідні вищих порядків.		2
	Похідні неявної та параметричної функцій.		1
	Правило Лопіталя. Асимптоти графіка функції.		2
	Застосування похідної для дослідження функції.		2
	Розрахункова робота «Похідна функції та її застосування»		Захист
	Диференціальне числення функції однієї змінної.	Тест	3
Всього за змістовий модуль			18
6. Диференціальне числення функції багатьох змінних.	Функції двох та більше змінних.	Перевірка виконаних завдань для самостійного виконання	2
	Похідні та диференціал від функції двох змінних.		2
	Екстремуми, найбільше і найменше значення функції двох змінних.		2
	Диференціальне числення функції двох змінних.	Тест	2
Всього за змістовий модуль			8
7. Інтегральне числення функції однієї змінної. Невизначений інтеграл.	Безпосереднє інтегрування невизначеного інтегралу.	Перевірка виконаних завдань для самостійного виконання	1
	Інтегрування методом заміни змінної.		2
	Інтегрування частинами.		2
	Інтегрування простіших раціональних дробів.		2
	Дробово-раціональні функції та їх інтегрування.		2
	Інтегрування ірраціональних функцій.		2
	Інтегрування тригонометричних функцій.		2
	Розрахункова робота «Невизначений інтеграл».	Захист	4
	Інтегральне числення функції однієї змінної.	Тест	3
Всього за змістовий модуль			20
8. Інтегральне числення функції однієї змінної. Визначений інтеграл.	Визначений інтеграл та його основні властивості.	Перевірка виконаних завдань для самостійного виконання	1
	Визначений інтеграл. Формула Ньютона – Лейбніца.		2
	Визначений інтеграл від дробово-раціональних, ірраціональних та тригонометричних функцій.		2
	Невласні інтеграли.		1
	Наближене обчислення визначених інтегралів.		1
	Застосування визначених інтегралів до розв'язання задач геометрії.		2
	Застосування визначених інтегралів до розв'язання задач механіки.		2
	Розрахункова робота «Визначений інтеграл та його застосування».		Захист
	Всього за змістовий модуль		
Всього за семестр			60

Форма контролю	Змістовий модуль (в балах)				Всього балів
	1	2	3	4	
Завдання для самостійного виконання	12-7	8-5	8-5	8-5	36-22
Розрахункові роботи	6-4	3-1,5	6-4	-	15-9,5
Тестування	-	3-1,5	2-1	4-2	9-4,5
<b>Всього за семестр</b>	<b>18-11</b>	<b>14-8</b>	<b>16-10</b>	<b>12-7</b>	<b>60-36</b>
<b>Крім того екзамен</b>	-	-	-	-	<b>40-24</b>
<b>Додаткові бали</b>					
Написання тез доповідей, участь у конференції	-	-	-	-	10-5
Участь у заходах неформальної освіти за наявності документального підтвердження	-	-	-	-	5-3

Форма контролю	Змістовий модуль (в балах)				Всього балів
	5	6	7	8	
Завдання для самостійного виконання	11-7	6-4	13-8	11-6	41-25
Розрахункові роботи	4-2,5	-	4-2,5	3-2	11-7
Тестування	3-1,5	2-1	3-1,5	-	8-4
<b>Всього за семестр</b>	<b>18-11</b>	<b>8-5</b>	<b>20-12</b>	<b>14-8</b>	<b>60-36</b>
<b>Крім того екзамен</b>	-	-	-	-	<b>40-24</b>
<b>Додаткові бали</b>					
Написання тез доповідей, участь у конференції	-	-	-	-	10-5
Участь у заходах неформальної освіти за наявності документального підтвердження	-	-	-	-	5-3

**Розподіл балів, які отримують здобувачі вищої освіти, та шкала оцінювання - екзамен**

Сума балів за всі види освітньої діяльності	Оцінка ECTS	Оцінка за національною шкалою
90-100	A	5 (відмінно)
82-89	B	4 (добре)
75-81	C	4 (добре)
64-74	D	3 (задовільно)
60-63	E	3 (задовільно)
35-59	FX	незадовільно з можливістю повторного складання 2 (незадовільно)
0-34	F	незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни 2 (незадовільно)

Здобувач вищої освіти має право скласти підсумковий семестровий екзамен (у письмовій формі) під час екзаменаційної сесії, до якої він допускається, якщо за виконання всіх контрольних заходів, передбачених протягом семестру, студент набирає 36 і більше балів. У цьому випадку оцінка за екзамен складається із суми балів, отриманих протягом семестру (36-60 балів), і балів, отриманих під час складання екзамену. При цьому здобувач вищої освіти може отримати на екзамені (24-40 балів). Якщо кількість балів отриманих на іспиті менше 24 балів, то здобувач вищої освіти отримує незадовільну оцінку.

Здобувачі вищої освіти, що набрали впродовж семестру менше 36 балів (із можливих 60) до сесії не допускаються і автоматично отримують незадовільну оцінку. До складання екзамену такі здобувачі вищої освіти можуть бути допущені тільки після того, як наберуть необхідну кількість семестрових балів.

Здобувачі вищої освіти, що хворіли і мають відповідні довідки медичних установ або були відсутні з інших поважних причин і не могли брати участь у контрольних заходах, проходять контроль під час спеціально встановлених додаткових занять за узгодженням з викладачами за графіком, що розроблює деканат факультету.

Якщо здобувач вищої освіти на екзамені отримує незадовільну оцінку, то він має право на одне перескладання викладачеві, друге перескладання приймає комісія, створена за вказівкою декана факультету. Якщо здобувач вищої освіти отримує незадовільну оцінку під час складання комісії, його відраховують з університету.

За будь-якої форми здобування освіти оцінювання результатів навчання здобувачів вищої освіти є ідентичним.

## 9. Перелік рекомендованих літературних джерел

### 9.1 Базова література

1. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика : збірник задач. Київ. : А.С.К., 2005. 480 с.
2. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика : навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. Київ : Ігнатекс, 2013. 648 с.
3. Клепко В.Ю., Голець В.Л. Вища математика в прикладах і задачах. Навч. посібник. Київ : Центр навч. літератури, 2006. 600 с.
4. Практикум з вищої математики : комп'ютерна система для дистанційного навчання / В.С. Шибанін, О.В. Шибаніна, І.П. Атаманюк та ін. Миколаїв : МНАУ, 2016. Ч. І. 232 с.
5. Практикум з вищої математики : комп'ютерна система для дистанційного навчання / В.С. Шибанін, О.В. Шибаніна, І.П. Атаманюк та ін. Миколаїв : МНАУ, 2018. Ч. ІІ. 380 с.

### 9.2 Допоміжна література

6. Вища математика. Алгебра та геометрія [Електронний ресурс]: методичні рекомендації до самостійної роботи для здобувачів вищої освіти ступеня «Молодший бакалавр» початкового рівня (короткий цикл) спеціальностей 208 «Агроінженерія», 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка», 073 «Менеджмент» денної форми навчання / уклад. Бойчук О.В., Богданов С.І., Борчик Є.Ю., Шептилевський О.В. Електрон. текст. дані. Миколаїв : МНАУ, 2021. 60 с. URL: <http://dspace.mnau.edu.ua/jspui/bitstream/123456789/10453/1/visha-matematika-algebra-ta-geometriya.pdf>
7. Вища математика. Модуль 4 «Границі послідовностей та функцій» [Електронний ресурс] : завдання та методичні рекомендації для самостійної роботи здобувачів вищої освіти ступеня «Молодший бакалавр» початкового рівня (короткий цикл) спеціальностей 208 «Агроінженерія», 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка», 073 «Менеджмент» денної форми навчання / уклад. В.С. Шибанін та ін. Електрон. текст. дані. Миколаїв : МНАУ, 2020. 44 с. URL: [http://dspace.mnau.edu.ua/jspui/bitstream/123456789/8100/1/Vyshcha\\_matematyka\\_samostiina\\_robota.pdf](http://dspace.mnau.edu.ua/jspui/bitstream/123456789/8100/1/Vyshcha_matematyka_samostiina_robota.pdf)

### 9.3 Інформаційні ресурси

8. Examples for mathematics // Wolframalpha : website. URL: <https://www.wolframalpha.com/examples/mathematics/>.
9. Вивчаємо математику онлайн : веб-сайт. URL: <https://www.matem.com.ua>.
10. Вивчаємо математику онлайн!!! : веб-сайт. URL: <http://ua.onlinemschool.com>.
11. Навчальний сайт з математики : веб-сайт. URL: <https://formula.co.ua/uk>.

Робочу програму навчальної дисципліни «Вища математика» для здобувачів початкового рівня (короткий цикл) вищої освіти спеціальності 208 Агроінженерія перероблено на основі відповідної робочої програми минулого року з урахуванням результатів опитування здобувачів вищої освіти.

Розробник програми:  
д-р тех. наук, професор



І.П. Атаманюк

Завідувач кафедри:  
д-р тех. наук, професор



І.П. Атаманюк