## МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ МИКОЛАЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АГРАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Кафедра вищої та прикладної математики

"ЗАТВЕРДЖУЮ" Перший проректор Дмитро БАБЕНКО
2022 року

## РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

#### «ВИЩА MATEMATИКА»

освітньо-професійна програма для здобувачів вищої освіти початкового (молодший бакалавр) рівня (Нкурс) денної форми навчання на 2022-2023 навчальний рік

Освітній ступінь — молодший бакалавр Галузь знань — 20 «Аграрні науки та продовольство» Спеціальність — 208 «Агроінженерія» Мова викладання — українська

Миколаїв – 2022 рік

Програма відповідає вимогам освітньо-професійної програми підготовки здобувачів вищої освіти «Аграрні науки та продовольство» зі спеціальності 208 «Агроінженерія» початкового (молодший бакалавр) рівня, яка затверджена вченою радою Миколаївського національного аграрного університету 29.03.2022 р. (протокол № 8).

Розробник програми: канд. фіз.-мат. наук, старщий викладач кафедри вищої та прикладної математики Олена БОЙЧУК, Миколаївський національний аграрний університет.

Програма розглянута на засіданні кафедри вищої та прикладної математики. Протокол №7 від 18.05.2022 р.

Завідувач кафедри		
д-р техн. наук, професор _	22	В'ячеслав ШЕБАНІН
	(підпис)	(прізвище та ініціали)

Схвалено науково-методичною комісією інженерно-енергетичного факультету. Протокол №10 від 20.06.2022 р.

Голова науково-м	иетодичної комісії	
д-р пед. наук	Alle,	Ілона БАЦУРОВСЬКА
	(піднис)	(прізвище та ініціали)

<sup>© &</sup>lt;u>МНАУ</u>, 2022 рік

<sup>© &</sup>lt;u>МНАУ</u>, 2023 рік

#### 1. АНОТАЦІЯ

Математика — це фундаментальна наука, мова інших наук, оперує абстрактними відношеннями і взаємозв'язками та дає методи дослідження математичних моделей і застосування їх до розв'язування реальних задач.

У курсі «Вища математика» розглядають деякі розділи математики (лінійна алгебра, аналітична геометрія, диференціальне та інтегральне числення). Ці розділи традиційно мають назву «Вища математика» на відміну від елементарної математики, яка вивчається у школі.

Курс вищої математики складає фундаментальну базу для вивчення дисциплін циклу професійної підготовки, і разом з тим являє собою основу теоретичної підготовки молодших бакалаврів з агроінженерії, що забезпечує в ефективне освоєння нових, сучасних технологій виробництва та технічних засобів.

#### Annotaation

Mathematics is a fundamental science, the language of other sciences; it operates with abstract ratios and relations and provides methods for studying mathematical models and applying them to solving real problems. The course "Higher Mathematics" considers some sections of mathematics (linear algebra, analytical geometry, differential and integral calculus). These sections are traditionally called "Higher Mathematics" in contrast to elementary mathematics, which is studied at school.

The course of higher mathematics constitutes a fundamental basis for studying the disciplines of the professional training cycle, and at the same time, it is the basis for the theoretical training of junior bachelors in agroengineering, which ensures the effective mastering of new, modern production technologies and technical means.

# 2. ОПИС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Найменування	Галузь знань,	Характеристика навчальної дисципліни
показників	спеціальність, освітній ступінь	денна форма навчання
Кількість кредитів – 7	20 Аграрні науки та продовольство	Обов'язковий компонент (ОКЗ)
		Рік підготовки:
Змістових модулів – 8		І-й
	208 «Агроінженерія»	Семестри
Загальна кількість	200 (11. p = 1	I-II
годин – 210		Лекції
Тижневих годин для		78 год.
денної форми		Практичні, семінарські
навчання:	Освітній ступінь:	76 год.
аудиторних – 6/5	молодший бакалавр	Самостійна робота
самостійної роботи	молодший ошкалагр	56 год.
здобувача вищої		Вид контролю:
освіти – 1		іспити кожний семестр

Примітка. Співвідношення кількості годин аудиторних занять до кількості годин самостійної роботи становить 73% / 27%.

# 3. МЕТА ТА ЗАВДАННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Дисципліна «Вища математика» є компонентою освітньо-професійної програми підготовки здобувачів вищої освіти першого рівня вищої освіти за спеціальністю 208 Агроінженерія галузі знань 20 Аграрні науки та продовольство і узгоджується з її метою – підготовка молодших бакалаврів з агроінженерії, здатних розв'язувати складні спеціалізовані завдання та прикладні проблеми у сфері виробництва та переробки сільськогосподарської продукціїю.

**Мета** навчальної дисципліни «Вища математика» – формування системи теоретичних знань і практичних навичок з основ математичного апарату, яка використовується під час вивчення дисциплін циклу загальної та професійної підготовки.

## Завдання дисципліни:

- надати студентам знання з основних розділів вищої математики;
- підвищити рівень їх фундаментальної математичної підготовки з посиленням її прикладної спрямованості;
- сприяти формуванню необхідної математичної бази для вивчення дисциплін циклу професійної підготовки.

Після вивчення дисципліни здобувач вищої освіти зобов'язаний:

знати: основні поняття, теореми, формули, методи Вищої математики, можливості їх застосування до розв'язання практичних задач.

**вміти:** застосовувати математичний апарат для розв'язання задач, які виникають у професійній діяльності; самостійно опановувати та користуватися літературою з вищої математики.

В результаті вивчення дисципліни формуються програмні компетентності та результати навчання.

## Програмні компетентності

Інтегральна компетентність:

Здатність розв'язувати типові спеціалізовані завдання та практичні проблеми під час професійної діяльності у галузі, або у процесі навчання, що передбачає застосування теорій та методів відповідної науки і характеризується певною невизначеністю умов агропромислового виробництва.

Загальні компетентності:

3К6. Здатність до системного та абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

ЗК7. Здатність учитися, бути наполегливим в досягненні мети.

## Програмні результати навчання

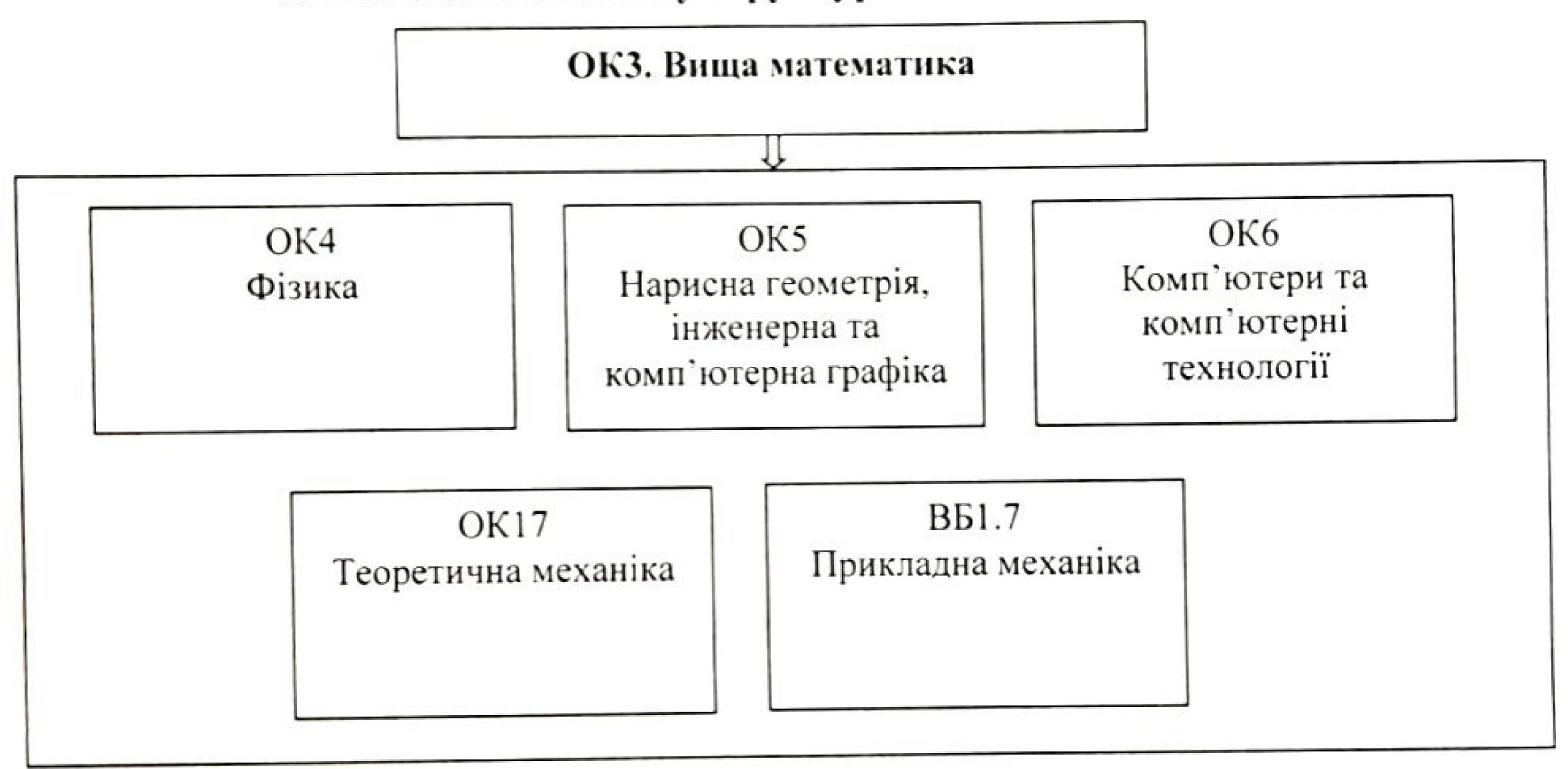
ПРН3. Вміння збирати, аналізувати, застосовувати знання для розв'язання задач аналізу та синтезу у агропромисловому виробництві.

ПРН15. Застосовувати механізовані технології та комплекси машин для виробництва продукції.

## 4. Передумови для вивчення дисципліни

Для успішного засвоєння студентами курсу «Вищої математики» достатньо знань середньої школи з алгебри та початків аналізу, з геометрії. Для здобувачів вищої освіти початкового рівня (короткий цикл) передбачаються додаткові щотижневі позапрограмні заняття-консультації з шкільного курсу математики.

## 5. Місце дисципліни у структурі навчальних дисциплін



# 6. Структурно-логічна схема навчальної дисципліни

,	Змістовий модуль		Теми		Обся	ги го	ДИН
			1 семестр				
N <u>o</u>	назва	№	назва	Л	Π	CP	Разом
1	Елементи лінійної	1	Матриці. Дії з матрицями та їхні властивості.	2	2	-	4
	алгебри.	2	Визначники, їхні основні властивості. Мінори, алгебраїчні доповнення. Обернена матриця, її властивості та знаходження.	2	4	4	10
		3	Матричний метод та формули Крамера розв'язування систем лінійних рівнянь.	2	2	2	6
		4	Метод Гаусса розв'язування систем лінійних рівнянь. Ранг матриці. Теорема Кронекера- Капелі.	2	2	6	10
Bc	ього за змістовий мо	рдуль		8	10	12	30
2 Елементи аналітичної геометрії на		6	Система прямокутних координат на площині. Застосування координат для розв'язування задач планіметрії.	1	2	2	5
	площині.	7	Пряма на площині. Взаємне розташування прямих і точки на площині.	2	2	4	8
		8	Лінії другого порядку на площині.	2	2		4
		9	Перетворення прямокутних координат на площині. Полярні координати.	1	2	4	7
Bc	ього за змістовий мо	одуль		6	8	10	24
2 Воиторио опробро		10	Вектор. Лінійні дії над векторами. Скалярний добуток векторів.	2		4	6
	аналітичної геометрії в просторі.	11	Векторний та мішаний добутки векторів, властивості.	2	2	2	6
		12	Площина у просторі. Взаємне розташування площин і точки у просторі. Поверхні у просторі.	2	2	4	8
	13	Пряма у просторі. Взаємне розташування прямих та площини.	2	2	4	8	
Bc	ього за змістовий мо	одуль		8	6	14	28
4 Вступ до аналізу функцій однієї		уп до аналізу 14 Основи аналізу. Числові множини і		2	2	2	6
	змінної.	15	Функції однієї змінної. Границя функції.	2	2	2	6
		16	Чудові границі.	1	2	2	5
		17	Неперервність функції. Розрив функції у точці.	3		3	6
Вс	ього за змістовий мо	одуль		8	6	9	23
A CONTRACTOR		and the same of th	і дисципліні за семестр	30	30	45	105

3	иістовий модуль		Теми		Обс	яги год	цин
νō	назва	No	назва	ЛЗ	ПР	CP	Разом
5	Диференціальне	1	Похідна та її зміст.	2	2	-	4
	числення		Правила диференціювання. Похідні				
	функції однієї	2	елементарних функцій. Основні теореми	3	2	_	5
	змінної.		диференціального числення.		5		
			Похідна від складеної функції. Логарифмічне				_
		3	диференціювання.	1	2		3
			Диференціал функції. Похідні та	_	_		
		4	диференціали вищих порядків.	2	2		4
			Неявна і параметрична функції та їх	,	2		2
		)	диференціювання.	1	2	-	3
		6	Правило Лопіталя. Асимптоти графіка	2	2		1
		6	функції.				
		7	Застосування похідної для дослідження	3	2	2	7
		,	функції.			_	20
Bc	ього за змістовий		50.00	14	14	2	30
6	Диференціальне	8	Функція двох та більше змінних.	2	2		4
	числення	9	Похідні та диференціал від функції двох	2	2	4	8
	функції	змінних. Екстремуми, найбільше і найменше значення					
	багатьох	10	функції двох змінних.	2	4		6
<u> </u>	змінних.			6	8	4	18
BC	ього за змістовий	моду	ль Первісна. Невизначений інтеграл та його	-	0		10
/	Інтегральне	11	властивості. Таблиця інтегралів.	2	2	-	4
числення функції однієї	The second second	12	Методи інтегрування.	2	4	-	6
	A STATE OF THE STA	13	Інтегрування простіших раціональних дробів.	2	2	-	4
	змінної. Невизначений	15	Дробово-раціональні функції та їх		2	_	
	1 12 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	14	інтегрування.	2	2	2	6
	інтеграл.	15	Інтегрування ірраціональних функцій.	4	2		6
		16	Інтегрування тригонометричних функцій.	2	2		4
Bo	ього за змістовий	моду		14	14	2	30
8	Інтегральне	17	Визначений інтеграл, його геометричний	2	2	_	4
	числення	17	зміст та властивості.				· ·
	функції однієї		Визначений інтеграл як функція верхньої		2		
		18	змінної межі інтегрування. Формула	4	2	-	6
	Визначений		Ньютона – Лейбніца.	-	-		1
	інтеграл.	19	Невласні інтеграли та їхні властивості.	- 2	2	-	- 4
		20	Наближене обчислення визначених	2	-	3	5
		інтегралів.					002
		21 Застосування визначених інтеграл		2	2		4
			розв'язання задач геометрії.		552000		
		22	Застосування визначених інтегралів до розв'язання задач механіки.	2	2	-	4
			THE SECOND PROPERTY OF THE STATE OF THE STAT		ar I		1
	вого за змістовий			14	10	3	27

## 7. Зміст навчальної дисципліни

7.1. Загальний розподіл годин і кредитів

Назва змістового модуля	Кількість годин і кредитів			
	год.	кредитів	%	
Елементи лінійної алгебри.	30	1	14,3	
Елементи аналітичної геометрії на площині.	24	0,8	11,4	
Векторна алгебра. Елементи аналітичної геометрії в просторі.	28	0,93	13,3	
Вступ до аналізу функцій однієї змінної.	23	0.77	11,0	
Диференціальне числення функції однієї змінної.	32	1,07	15,2	
Диференціальне числення функції багатьох змінних.	14	0,47	6,7	
Інтегральне числення функції однієї змінної. Невизначений інтеграл.	31	1,03	14,8	
Інтегральне числення функції однієї змінної. Визначений інтеграл.	28	0,93	13,3	
Всього	210	7,0	100,0	

7.2. Склад, обсяг і терміни виконання змістових модулів

Назва змістового модуля	Кількість годин	Термін виконання	
Елементи лінійної алгебри.	30	n	
Елементи аналітичної геометрії на площині.	24	Відповідно до розкладу	
Векторна алгебра. Елементи аналітичної геометрії в просторі.	28	занять та графіка освітнього процесу	
Вступ до аналізу функцій однієї змінної.	23	протягом семестру	
Всього	105	X	
Диференціальне числення функції однієї змінної.	32	Відповідно до розкладу занять та графіка	
Диференціальне числення функції багатьох змінних.	14		
Інтегральне числення функції однієї змінної. Невизначений інтеграл.	31	освітнього процесу протягом семестру	
Інтегральне числення функції однієї змінної. Визначений інтеграл.	28		
Всього	105	X	

## 7.3. Перелік та короткий зміст лекцій

### ЗМ 1. ЕЛЕМЕНТИ ЛІНІЙНОЇ АЛГЕБРИ

Лекція 1. Матриці. Дії з матрицями та їхні властивості.

Означення матриці, види матриць. Додавання та віднімання матриць, множення на скаляр. Транспонування матриці. Множення матриць. Властивості операцій над матрицями.

Лекція 2. Визначники, їхні основні властивості. Мінори, алгебраїчні доповнення. Обернена матриця, її властивості та знаходження.

Визначник квадратної матриці, властивості. Способи обчислення визначників 2х2 та 3х3. Мінор матриці. Алгебраїчне доповнення до елемента матриці. Обернена матриця, алгоритм знаходження оберненої матриці.

Лекція 3. Матричний метод та формули Крамера розв'язування систем лінійних рівнянь.

Система лінійних рівнянь. Матрична форма запису систем лінійних рівнянь. Матричний метод розв'язування систем лінійних рівнянь. Формули Крамера.

Лекція 4. Метод Гаусса розв'язування систем лінійних рівнянь. Ранг матриці. Теорема Кронекера-Капелі.

Метод Гаусса розв'язування системи лінійних рівнянь. Ранг матриці. Теорема Кронекера-Капелі. Сумісні та несумісні системи рівнянь. Визначені та невизначені системи рівнянь. Однорідні системи рівнянь.

#### ЗМ 2. ЕЛЕМЕНТИ АНАЛІТИЧНОЇ ГЕОМЕТРІЇ НА ПЛОЩИНІ.

Лекція 5. Система прямокутних координат на площині (1 год.).

Координатна площина, відстань між точками, поділ відрізка у заданому відношенні, формула площі трикутника через координати вершин.

Лекція 6. Пряма на площині. Різні форми рівнянь прямої.

Рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом, кут між прямими на площині, умови паралельності та перпендикулярності прямих, загальне рівняння прямої, рівняння прямої через дві точки, рівняння прямої у відрізках на осях, нормальне рівняння прямої, відхилення та відстань точки від прямої.

Лекція 7. Лінії другого порядку на площині.

Коло, еліпс, гіпербола, парабола.

Лекція 8. Перетворення прямокутних координат на площині. Полярні координати (1 год.).

Перетворення прямокутних координат на площині при паралельному перенесенні. Перетворення прямокутних координат на площині при повороті Полярні координати та їх зв'язок з прямокутними координатами.

#### ЗМ 3. ВЕКТОРНА АЛГЕБРА. ЕЛЕМЕНТИ АНАЛІТИЧНОЇ ГЕОМЕТРІЇ В ПРОСТОРІ.

Лекція 9. Вектор. Лінійні дії над векторами.

Вектор, координати, напрям, довжина вектора. Проекція вектора на вісь. Розкладання вектора по базису. Лінійні дії над векторами. Скалярне множення векторів. Кут між векторами.

Лекція 10. Векторний та мішаний добутки векторів, властивості.

Векторний добуток векторів, геометричний зміст модуля векторного добутку, формула векторного добутку через координати векторів, мішаний добуток векторів, геометричний зміст мішаного добутку, формула мішаного добутку через координати векторів.

Лекція 11. Поверхні у просторі.

Поверхні у просторі. Площина як поверхня 1-го порядку. Рівняння площини через три точки, загальне рівняння площини, рівняння площини у відрізках на осях, нормальне рівняння площини, відхилення та відстань точки від площини. Кут між площинами, умови паралельності та перпендикулярності площин. Поняття про поверхні 2-го порядку.

Лекція 12. Пряма у просторі. Взаємне розташування прямих та площини.

Рівняння прямої через дві точки, спрямовуючий вектор прямої, рівняння прямої як перетин двох площин, параметричні рівняння прямої, кут між прямими у просторі, умови паралельності та перпендикулярності прямих, кут між прямою та площиною, умови паралельності та перпендикулярності прямої та площини, знаходження точки перетину прямої і площини.

# ЗМ 4. ВСТУП ДО АНАЛІЗУ ФУНКЦІЙ ОДНІЄЇ ЗМІННОЇ.

Лекція 13. Основи аналізу. Числові множини і послідовності.

Числові множини, абсолютна величина дійсного числа, види числових проміжків, числова послідовність, границя та збіжність числової послідовності, арифметичні властивості границь.

Лекція 14. Функції однієї змінної. Границя функції. Чудові границі.

Функції однієї змінної, способи задавання функції. Границя функції. Нескінченно малі функції та нескінченно великі функції, їхні властивості. Перша чудова границя. Друга чудова границя.

Лекція 15. Неперервність функції.

Неперервність функції в точці та на проміжку, неперервність елементарних функцій, розрив функції у точці, властивості неперервних функцій на відрізку.

# ЗМ 5. ДИФЕРЕНЦІАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ ФУНКЦІЇ ОДНІЄЇ ЗМІННОЇ

Лекція 16. Похідна та її зміст.

Задачі, що приводять до поняття похідної. Означення похідної, її геометричний та механічний зміст. Рівняння дотичної та нормалі кривої.

Лекція 17. Правила диференціювання. Похідні елементарних функцій (3 год.).

Правила диференціювання. Обернена функція та її диференціювання. Похідні елементарних функцій. Таблиця похідних. Теореми Ролля, Лагранжа, Коші.

Лекція 18. Похідна від складеної функції. Логарифмічне диференціювання (1 год.).

Складена функція, похідна від складеної функції. Алгоритм логарифмічного диференціювання, випадки застосування.

Лекція 19. Диференціал функції. Похідні та диференціали вищих порядків.

Диференціал функції та його геометричний зміст. Застосування диференціала для наближених обчислень. Похідні вищих порядків. Диференціали вищих порядків.

Лекція 20. Неявна і параметрична функції та їх диференціювання (1 год.).

Неявна функція та її диференціювання. Задані параметрично функції та їх диференціювання.

Лекція 21. Правило Лопіталя. Асимптоти графіка функції.

Розкриття невизначеностей за правилом Лопіталя. Вертикальні асимптоти графіка функції. Похилі асимптоти графіка функції.

Лекція 22. Застосування похідної для дослідження функції (3 год.).

Зростання та спадання функції, локальний екстремум. Достатні ознаки зростання та спадання функції на інтервалі, дослідження функції на екстремум за допомогою другої похідної. Найбільше та найменше значення функції на відрізку. Опуклість та вгнутість кривої, точки перегину. Загальна схема дослідження функції з побудовою її графіка.

# ЗМ 6. ДИФЕРЕНЦІАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ ФУНКЦІЇ БАГАТЬОХ ЗМІННИХ

Лекція 23. Функція двох та більше змінних.

Означення, область визначення функції двох та більше змінних. Поняття границі та неперервність функції двох змінних. Частинний та повний приріст функції двох змінних і їхній геометричний зміст.

Лекція 24. Похідні та диференціал від функції двох змінних.

Частинні похідні від функцій багатьох змінних та їх геометричний зміст (для функцій двох змінних). Похідні від неявних функцій. Частинні похідні вищих порядків. Повний диференціал. Використання повного диференціалу при наближених обчисленнях.

# Лекція 25. Екстремуми, найбільше і найменше значення функції двох змінних.

Екстремум функції двох змінних, необхідні та достатні умови існування екстремуму функції двох змінних. Найбільше та найменше значення функції двох змінних в області.

## 3М 7. ІНТЕГРАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ ФУНКЦІЇ ОДНІЄЇ ЗМІННОЇ. НЕВИЗНАЧЕНИЙ ІНТЕГРАЛ

# Лекція 26. Первісна. Невизначений інтеграл та його властивості. Таблиця інтегралів.

Задачі, що приводять до невизначеного інтеграла. Первісна. Невизначений інтеграл та його властивості. Таблиця інтегралів. Безпосереднє інтегрування.

### Лекція 27. Методи інтегрування.

Інтегрування методом заміни змінної. Інтегрування частинами. Інтеграли від деяких функцій, в яких є квадратний тричлен у знаменнику.

# Лекція 28. Інтегрування найпростіших раціональних дробів.

Найпростіші раціональні дроби першого і другого типу та їх інтегрування (приклади). Інтегрування найпростіших раціональних дробів третього типу (приклади).

# Лекція 29. Дробово-раціональні функції та їх інтегрування.

Виділення цілої частини неправильного раціонального дробу. Розкладання правильного дробу на частинні дроби. Спосіб прирівняння коефіцієнтів при однакових степенях невідомої та спосіб частинних значень змінної.

# Лекція 30. Інтеграли від деяких класів ірраціональних функцій.

дробів, Раціоналізації підінтегрального виразу, раціоналізація ірраціональних раціоналізація підстановками Ейлера. Диференціальний біном та його інтегрування.

# Лекція 31. Інтегрування ірраціональних функцій.

Застосування тригонометричних підстановок для інтегрування ірраціональних функцій. Застосування довідників та додатків при знаходженні інтегралів.

# Лекція 32. Інтегрування тригонометричних функцій.

Інтегрування деяких класів тригонометричних функцій. Універсальна тригонометрична підстановка.

## ЗМ 8. ІНТЕГРАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ ФУНКЦІЇ ОДНІЄЇ ЗМІННОЇ. визначений інтеграл

# Лекція 33. Визначений інтеграл, його геометричний зміст та властивості.

Задачі, що приводять до поняття визначеного інтегралу. Означення визначеного інтегралу та його геометричний зміст. Основні властивості визначеного інтегралу.

# Лекція 34. Визначений інтеграл як функція верхньої змінної межі інтегрування.

Формула Ньютона – Лейбніца (3 год.). Інтеграл із змінною верхньою межею, властивості. Функція верхньої змінної межі інтегрування. Формула Ньютона – Лейбніца. Методи обчислення визначених інтегралів.

# Лекція 35. Основні методи обчислення визначених інтегралів (1 год.).

Інтегрування методом заміни змінної. Інтегрування частинами.

# Лекція 36. Невласні інтеграли та їхні властивості.

Невласні інтеграли з нескінченними межами інтегрування, невласні інтеграли від розривних функцій, основні властивості невласних інтегралів.

# Лекція 37. Наближене обчислення визначених інтегралів.

Формула прямокутників, формула трапеції, формула Сімпсона.

# Лекція 38. Застосування визначених інтегралів до розв'язання задач геометрії.

Обчислення площ плоских фігур, довжини дуги, площі поверхні обертання, зоб'ємів тіл обертання.

# Лекція 39. Застосування визначених інтегралів до розв'язання задач механіки.

Обчислення роботи змінної сили, маси плоскої фігури, статичних моментів плоских фігур, координат центра мас, моментів інерції плоских фігур.

### 7.4. Перелік та план практичних занять

# Змістовий модуль 1. Елементи лінійної алгебри

1. Дії з матрицями та їхні властивості.

Додавання, віднімання матриць. Транспонування матриць. Знаходження добутку матриць.

2. Обчислення визначників та мінорів.

Обчислення визначників матриць 2х2 та 3х3. Підтвердження властивостей визначників прикладами. Обчислення мінорів матриці.

3. Знаходження оберненої матриці.

Знаходження обернених матриць до матриць 2х2 та 3х3.

4. Матричний метод та формули Крамера розв'язування систем лінійних рівнянь.

Розв'язування систем лінійних рівнянь матричним методом. Розв'язування систем лінійних рівнянь за допомогою формул Крамера.

5. Метод Гаусса розв'язування систем лінійних рівнянь.

Розв'язування систем лінійних рівнянь методом Гаусса.

# Змістовий модуль 2. Елементи аналітичної геометрії на площині

6. Застосування координат для розв'язувания задач планіметрії.

Знаходження площі, висот, медіан, бісектрис, центра трикутника.

7. Взаємне розташування прямих і точки на площині.

Визначення кутів між прямими, відстаней від точок до прямих.

8. Лінії другого порядку на площині.

Дослідження еліпса, гіперболи, параболи за їхніми канонічними рівняннями. Побудова ліній другого порядку та їхніх директрис та фокусів.

9. Перетворення прямокутних координат на площині.

Паралельне перенесення еліпса, гіперболи, параболи.

# Змістовий модуль 3. Векторна алгебра. Елементи аналітичної геометрії в просторі

10. Векторний та мішаний добутки векторів.

Знаходження векторного та мішаного добутків векторів, площі трикутника, паралелограма, об'єму паралелепіпеда, піраміди.

11. Взаємне розташування площин і точки у просторі.

Визначення кутів між площинами, відстаней від точок до площин.

12. Взаємне розташування прямих та площини.

Визначення кута між прямою і площиною, точки перетину їх.

# Змістовий модуль 4. Вступ до аналізу функцій однієї змінної

13. Границя числової послідовності.

Визначення границь числових послідовностей. Розкриття невизначенностей.

14. Границя функції в точці.

Визначення границь функцій в точці. Розкриття невизначенностей.

15. Перша чудова границя.

Застосування першої чудової границі.

# Змістовий модуль 5. Диференціальне числення функції однієї змінної

16. Похідна та її зміст.

Визначення швидкості, прискорення руху. Знаходження рівнянь дотичної, нормалі.

17. Правила диференціювання. Похідні елементарних функцій.

Знаходження похідної суми-різниці, добутку, частки функцій.

18. Похідна від складеної функції. Логарифмічне диференціювання.

Знаходження похідної складеної функції, знаходження похідної функції логарифмічним диференціюванням.

19. Диференціал функції. Похідні та диференціали вищих порядків.

Застосування диференціала для наближених обчислень. Зходження похідних вищих порядків.

20. Неявна і параметрична функції та їх диференціювання.

Неявна функція та її диференціювання. Параметричні функції та їх диференціювання.

21. Правило Лопіталя. Асимптоти графіка функції.

Розкриття невизначеностей за правилом Лопіталя. Визначення вертикальних та похилих асимптот.

22. Застосування похідної для дослідження функції.

Зростання та спадання функції. Локальний екстремум. Опуклість та вгнутість графіка функції. Точки перегину. Загальна схема дослідження функції з побудовою її графіка.

# Змістовий модуль 6. Диференціальне числення функції багатьох змінних

23. Функції двох та більше змінних.

Функція двох або трьох змінних. Область визначення функції двох змінних, неперервність функції двох змінних. Лінії та поверхні рівня.

24. Похідні та диференціал від функції двох змінних.

Частинні похідні від функцій двох змінних та їх геометричний зміст. Повний приріст та повний диференціал. Використання повного диференціалу при наближених обчисленнях. Похідні від неявних функцій. Частинні похідні вищих порядків.

25. Екстремуми, найбільше і найменше значення функції двох змінних.

Визначення екстремумів функції двох змінних. Визначення найбільшого та найменшого значень в області функції двох змінних.

# Змістовий модуль 7. Інтегральне числення функції однієї змінної. Невизначений інтеграл

11. Безпосереднє інтегрування невизначеного інтегралу.

Таблиця інтегралів. Застосування властивостей невизначених інтегралів. Зміна змінної під знаком диференціала.

12. Інтегрування методом заміни змінної.

Метод заміни змінної. Інтеграли від функцій з квадратним трихчленом у знаменнику.

13. Інтегрування частинами.

Інтегрування добутку многочлена на тригонометричну або показникову функцію. Інтегрування добутку многочлена на обернену тригонометричну або логарифмічну функцію.

14. Інтегрування простіших раціональних дробів.

Інтегрування простіших дробів першого і другого типів. Інтегрування простіших дробів третього типу.

15. Дробово-раціональні функції та їх інтегрування.

Виділення цілої частини неправильного раціонального дробу. Розкладання правильного раціонального дробу на найпростіші дроби. Інтегрування цілої частини та частинних дробів.

16. Інтегрування ірраціональних функцій.

Раціоналізація ірраціональних дробів, раціоналізація підстановками Ейлера. Диференціальний біном та його інтегрування.

17. Інтегрування тригонометричних функцій.

Інтегрування деяких класів тригонометричних функцій. Універсальна тригонометрична підстановка.

# Змістовий модуль 8. Інтегральне числення функції однієї змінної. Визначений інтеграл

18. Визначений інтеграл та його основні властивості.

Складання інтегральних сум, визначення визначених інтегралів за допомогою інтегральних сум. Властивості визначеного інтеграла.

19. Визначений інтеграл. Формула Ньютона – Лейбніца.

Знаходження визначених інтегралів безпосереднім інтегруванням, методом заміни змінної та інтегруванням частинами.

#### 20. Визначений інтеграл від раціональних, ірраціональних, тригонометричних функцій.

Знаходження визначених інтегралів від дробово-раціональних функцій. Знаходження визначених інтегралів від ірраціональних функцій. Знаходження визначених інтегралів від тригонометричних функцій.

#### 21. Невласні інтеграли та їхні властивості.

Невласні інтеграли з нескінченними межами інтегрування, невласні інтеграли від розривних функцій.

#### 22. Застосування визначених інтегралів до розв'язання задач геометрії.

Обчислення площ плоских фігур, довжини дуги, площі поверхні обертання, об'ємів тіл обертання.

#### 23. Застосування визначених інтегралів до розв'язання задач механіки.

Знаходження маси плоскої фігури, обчислення статичних моментів плоских фігур, знаходження координат центра мас, обчислення моментів інерції плоских фігур.

# 7.5 Теми, які винесені на самостійне обов'язкове опрацювання Змістовий модуль 1. Елементи лінійної алгебри

#### 1. Обчислення алгебраїчних доповнень і визначників вищих порядків.

Обчислення алгебраїчних доповнень. Знаходження визначника матриці за елементами стовпчика (рядка), визначників матриць 4х4.

#### 2. Знаходження оберненої матриці.

Знаходження оберненої матриці шляхом елементарних перетворень.

#### 3. Розв'язування систем лінійних рівнянь (3 год.).

Розв'язування систем лінійних рівнянь трьома методами.

#### 4. Ранг матриці (1 год.).

Визначення ранга матриці.

#### 5. Несумісні і невизначені системи лінійних рівнянь. Однорідні системи лінійних рівнянь.

Знаходження розв'язків невизначених систем лінійних рівнянь. Знаходження розв'язків однорідних систем лінійних рівнянь.

#### 6. Застосування систем лінійних рівнянь для розв'язування задач.

Розв'язування задач із застосуванням розв'язування систем лінійних рівнянь.

#### Змістовий модуль 2. Елементи аналітичної геометрії на площині

#### 7. Поділ відрізка у заданому відношенні.

Дослідження розташування точки на лінії відрізка залежно від значення λ.

#### 8. Різні форми рівнянь прямої.

Різні форми рівнянь прямої на площині та взаємоперетворення їх.

#### 9. Застосування рівнянь прямої на площині.

Визначення елементів трикутника, застосовуючи рівняння прямої на площині.

#### 10. Полярні координати та їх зв'язок з прямокутними координатами.

Перехід від полярних координат до прямокутних і навпаки.

#### 11. Побудова ліній на площині із застосуванням спеціальних додатків.

Побудова із застосуванням спеціальних додатків ліній заданих декартовими або полярними координатами.

### Змістовий модуль З. Векторна алгебра. Елементи аналітичної геометрії в просторі

#### 12. Циліндричні та сферичні координати.

Перехід від циліндричних, сферичних координат до прямокутних і навпаки.

#### 13. Лінійні дії над векторами. Скалярний добуток векторів.

Знаходження координат і довжин векторів, їх суми, різниці, скалярного добутку.

### 14. Застосування скалярного, векторного та мішаного добутків векторів.

Знаходження елементів піраміди, використовуючи скалярний, векторний та мішаний добуткы векторів.

#### 15. Площина у просторі.

Різні форми рівнянь площини та взаємоперетворення їх.

#### 16. Поверхні другого порядку.

Канонічні рівняння поверхонь другого порядку та їх вигляд.

#### 17. Пряма у просторі.

Різні форми рівнянь прямої у просторі та взаємоперетворення їх.

#### 18. Пряма і площина у просторі.

Визначення рівнянь прямої та площини за їхнім розташуванням.

#### Змістовий модуль 4. Вступ до аналізу функцій однієї змінної

#### 19. Властивості границь.

Арифметичні властивості границь та властивості виражені нерівностями.

#### 20. Границя функції на безмежності.

Визначення границь функцій на безмежності. Розкриття невизначенностей.

#### 21. Друга чудова границя.

Застосування другої чудової границі.

#### 22. Властивості функцій неперервних на відрізку. Розрив функції у точці (3 год.).

Теореми для неперервних функцій. Визначення точок розриву функцій та дослідження їх.

#### Змістовий модуль 5. Диференціальне числення функції однієї змінної

#### 23. Застосування похідної функції однієї змінної.

Розв'язування задач із застосуванням похідної.

#### Змістовий модуль 6. Диференціальне числення функції багатьох змінних

#### 24. Застосування диференціалу функції багатьох змінних.

Використання повного диференціалу при наближених обчисленнях.

#### 25. Дотичні площини та нормалі до поверхні.

Знаходження нормалей і дотичних площин до поверхні.

#### Змістовий модуль 7. Інтегральне числення функції однієї змінної. Невизначений інтеграл.

#### 26. Розкладання правильного дробу на найпростіші дроби.

Метод невідомих коефіцієнтів. Спосіб прирівняння коефіцієнтів при однакових степенях невідомої та спосіб частинних значень змінної.

Змістовий модуль 8. Інтегральне числення функції однієї змінної. Визначений інтеграл.

#### 27. Наближене обчислення визначених інтегралів (3 год.).

Обчислення визначеного інтеграла формулами прямокутників та трапецій.

#### 7.6 Питання для поточного та підсумкового контролю знань здобувачів вищої освіти 3M 1. Елементи лінійної алгебри.

- 1. Матриці. Види матриць. Дії з матрицями та їх властивості.
- 2. Означення визначника 2, 3, властивості визначників.
- 3. Означення мінору, алгебраїчного доповнення елемента матриці.
- 4. Визначник п-го порядку.
- 5. Означення невиродженої, союзної та оберненої матриць. Правило знаходження оберненої матриці та її властивості.
- 6. Розв'язок системи лінійних рівнянь матричним способом.
- 7. Розв'язок системи лінійних рівнянь за формулами Крамера.
- 8. Розв'язок системи лінійних рівнянь методом Гаусса. Дослідження системи лінійних рівнянь на сумісність.
- 9. Ранг матриці. Приклади обчислення рангу матриці.
- 10. Теорема Кронекера-Капеллі (без доведення). Система лінійних однорідних рівнянь.

#### 3М 2. Елементи аналітичної геометрії на площині.

- 11. Предмет аналітичної геометрії. Прямокутна декартова система координат на площині, відстань між двома точками.
- 12. Поділ відрізка у заданому відношенні.
- 13. Рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом та його дослідження.
- 14. Рівняння прямої, що проходить через задану точку з заданим кутовим коефіцієнтом. Рівняння пучка прямих.

- 15. Рівняння прямої, що проходить через дві задані точки.
- 16. Рівняння прямої у відрізках на осях.
- 17. Загальне рівняння прямої та його дослідження.
- 18. Кут між двома прямими на площині. Умови // та 🗆 двох прямих на площині.
- 19. Сумісне дослідження рівнянь двох прямих, що задані загальними рівняннями.
- 20. Нормальне рівняння прямої. Зведення загального рівняння прямої до нормального виду.
- 21. Відстань та відхилення точки від прямої.
- 22. Поняття кривих 2-го порядку. Означення кола. Канонічне рівняння кола.
- 23. Означення еліпса. Канонічне рівняння еліпса та його дослідження.
- 24. Означення гіперболи. Канонічне рівняння гіперболи та його дослідження.
- 25. Означення параболи. Канонічне рівняння параболи.
- 26. Перетворення координат на площині: перенесення початку координат.
- 27. Перетворення координат на площині: поворот осей координат на кут  $\alpha$  .
- 28. Поняття полярних координат та їх зв'язок з декартовими.

# 3М 3. Векторна алгебра. Елементи аналітичної геометрії в просторі.

- 29. Означення вектора, модуль вектора. Колінеарність та компланарність векторів. Лінійні дії з векторами.
- 30. Лінійна залежність між векторами. Базис на площині та у просторі.
- 31. Розклад вектора в координатному базисі і, ј, к. Лінійні операції над векторами в системі координат.
- 32. Означення скалярного добутку векторів. Скалярний добуток двох векторів заданих координатами. Основні властивості скалярного добутку векторів.
- 33. Кут між двома векторами заданими їх координатами. Умова // та ⊥ двох векторів.
- 34. Векторний добуток векторів. Основні властивості векторного добутку. Площа паралелограма побудованого на двох векторах.
- 35. Векторний добуток двох векторів заданих координатами.
- 36. Мішаний добуток трьох векторів. Властивості мішаного добутку. Об'єм паралелепіпеда побудованого на трьох векторах.
- 37. Рівняння площини, що проходить через дану точку перпендикулярно заданому вектору.
- 38. Загальне рівняння площини у просторі та його дослідження.
- 39. Нормальне рівняння площини.
- 40. Рівняння площини через три задані точки.
- 41. Рівняння площини у відрізках на осях.
- 42. Кут між двома площинами. Умова // та ⊥ двох площин.
- 43. Відхилення та відстань точки від площини.
- 44. Канонічні та параметричні рівняння прямої у просторі.
- 45. Пряма лінія як перетин двох площин. Перехід до канонічних рівнянь прямої.
- 46. Кут між двома прямими у просторі. Умова // та ⊥ двох прямих у просторі.
- 47. Кут між прямою та площиною. Умови // та ⊥ прямої та площини.
- 48. Умова перетину двох прямих у просторі. Перетин прямої з площиною.

# 3М 4. Вступ до аналізу функцій однієї змінної.

- 49. Поняття множини. Числові множини. Проміжки. Окіл точки. Модуль, властивості.
- 50. Означення змінної та сталої величини. Означення функції та способи її задання. Основні елементарні функції та їх класифікація. Складена функція.
- 51. Числова послідовність та її границя. Арифметична та геометрична прогресії. Основні теореми про границі числової послідовності.
- 52. Границя змінної величини. Нескінченно велика змінна величина.
- 53. Означення границі функції. Геометричні зображення. Границя функції зліва та справа. Границя функції на нескінченності.
- 54. Функції, що прямують до нескінченності. Обмежені функції.
- 55. Нескінченно малі функції. Зв'язок нескінченно малої та нескінченно великої функції.
- 56. Основні властивості нескінченно малих функцій.

- 57. Порівняння нескінченно малих.
- 58. Теореми про арифметичні властивості границь. Теорема про границю проміжної функції.
- 59. Перша важлива границя.
- 60. Друга важлива границя. Число е.
- 61. Приріст функції та приріст незалежної змінної. Неперервність функції в точці, на інтервалі.
- 62. Теореми про властивості функцій неперервних на відрізку (без доведення) у точці.
- 63. Класифікація точок розриву функції. Приклади.

#### 3М 5. Диференціальне числення функції однієї змінної.

- 1. Задачі, що приводять до поняття похідної. Означення похідної. Механічний та геометричний зміст похідної.
  - 2. Теореми про арифметичні властивості похідних.
  - 3. Теорема про похідну від складеної функції y=f(u), де  $u=\varphi(x)$ .
  - 4. Похідні тригонометричних функцій.
  - 5. Похідна логарифмічної функції.
- 6. Метод логарифмічного диференціювання. Похідна степенево-показникової функції. Похідні від функцій  $a^x$ ,  $e^x$ ,  $x^n$ .
  - 7. Означення оберненої функції. Похідна оберненої функції.
  - 8. Похідні обернених тригонометричних функцій.
  - 9. Похідні від функцій заданих параметрично та неявно.
  - 10. Означення диференціала функції, його властивості та геометричний зміст.
  - 11. Диференціал складеної функції. Інваріантність форми диференціала.
  - 12. Застосування диференціала до наближених обчислень.
  - 13. Похідні та диференціали вищих порядків. Механічний зміст другої похідної.
- 14. Границя відношення двох нескінченно малих величин та двох нескінченно великих величин. Розкриття невизначеностей за допомогою правил Лопіталя.
- 15. Означення зростаючої та спадної функції, їх геометрична інтерпретація. Теореми про необхідні та достатні ознаки зростання та спадання функцій однієї змінної, на відрізку.
- 16. Означення максимуму та мінімуму функції. Теорема про необхідну умову екстремуму функції. Критичні точки.
- 17. Теорема про достатні умови існування екстремуму функції однієї змінної. Схема дослідження функції на екстремум за допомогою першої похідної.
- 18. Опуклість та вгнутість кривої. Теореми про ознаки опуклості та вгнутості кривої. Схема дослідження функції на опуклість та вгнутість.
- 19. Асимптоти графіка функції: вертикальні, горизонтальні, похилі. Рівняння похилої асимптоти.

### 3М 6. Диференціальне числення функції багатьох змінних.

- 20. Означення функції двох змінних та її області визначення. Геометричне зображення функції двох змінних.
  - 21. Границя функції двох змінних. Неперервність функції двох змінних. Точки розриву.
- 22. Частинний та повний приріст функції двох змінних. Частинні похідні функції двох змінних та їх геометрична інтерпретація.
  - 23. Повний приріст та повний диференціал функції двох змінних.
  - 24. Похідна складеної функції. Повна похідна та повний диференціал складеної функції.
  - 25. Похідна від функції, що задана неявно.
  - 26. Частинні похідні вищих порядків. Теорема про частинні похідні.
- 27. Означення максимуму та мінімуму функцій двох змінних. Теорема про необхідні умови існування екстремуму функції двох змінних.
- 28. Означення максимуму та мінімуму функцій двох змінних. Теорема про достатні умови існування тах і тіп. Схема знаходження екстремуму функції двох змінних.
  - 29. Найбільше та найменше значення функції двох змінних у замкненій області.

## 3М 7. Інтегральне числення функції однієї змінної. Невизначений інтеграл.

#### 7.4. Перелік та план лабораторних

#### 3М 1. Елементи лінійної алгебри.

1. Обчислення алгебраїчних доповнень і визначників вищих порядків.

Обчислення алгебраїчних доповнень. Знаходження визначника матриці за елементами стовпчика (рядка), визначників матриць 4х4.

2. Знаходження оберненої матриці.

Знаходження обернених матриць до матриць 2х2 та 3х3.

3. Формули Крамера розв'язування систем лінійних рівнянь.

Розв'язування систем лінійних рівнянь за допомогою формул Крамера.

4. Несумісні і невизначені, однорідні системи лінійних рівнянь.

Знаходження розв'язків невизначених систем лінійних рівнянь. Знаходження розв'язків однорідних систем лінійних рівнянь.

#### 3М 2. Елементи аналітичної геометрії на площині.

5. Поділ відрізка у заданому відношенні.

Дослідження розташування точки на лінії відрізка залежно від значення λ.

6. Взаємие розташування прямих і точки на площині.

Визначення кутів між прямими, відстаней від точок до прямих.

7. Лінії другого порядку на площині.

Дослідження еліпса, гіперболи, параболи за їхніми канонічними рівняннями. Побудова ліній другого порядку та їхніх директрис та фокусів.

8. Полярні координати та їх зв'язок з прямокутними координатами.

Перехід від полярних координат до прямокутних і навпаки.

### 3М 3. Векторна алгебра. Елементи аналітичної геометрії в просторі.

9. Застосування скалярного, векторного та мішаного добутків векторів.

Знаходження елементів піраміди, використовуючи скалярний, векторний та мішаний добутки векторів.

10. Взаємне розташування площин і точки у просторі.

Визначення кутів між площинами, відстаней від точок до площин.

11. Взаємне розташування прямих та площини.

Визначення кута між прямою і площиною, точки перетину їх.

12. Пряма і площина у просторі.

Визначення рівнянь прямої та площини за їхнім розташуванням.

#### 3М 4. Вступ до аналізу функцій однієї змінної.

13. Властивості границь.

Арифметичні властивості границь та властивості виражені нерівностями.

14. Границя функції на безмежності.

Визначення границь функцій на безмежності. Розкриття невизначенностей.

15. Розрив функції у точці.

Визначення точок розриву функцій та дослідження їх.

#### ЗМ 5. Диференціальне числення функції однієї змінної.

16. Диференціал функції.

Зходження диференціала функції. Застосування диференціала для наближених обчислень.

17. Неявна і параметрична функції та їх диференціювання.

Неявна функція та її диференціювання. Параметричні функції та їх диференціювання.

18. Асимптоти графіка функції.

Визначення вертикальних та похилих асимптот.

19. Застосування похідної для дослідження функції.

Зростання та спадання функції. Локальний екстремум. Опуклість та вгнутість графіка функції. Точки перегину. Загальна схема дослідження функції з побудовою її графіка.

#### ЗМ 6. Диференціальне числення функції багатьох змінних.

20. Функції двох та більше змінних.

Функції двох або трьох змінних. Область визначення функції двох змінних, неперервність функції двох змінних. Лінії та поверхні рівня.

21. Дотичні площини та нормалі до поверхні.

Знаходження нормалей і дотичних площин до поверхні.

#### 3М 7. Інтегральне числення функції однієї змінної. Невизначений інтеграл.

22. Дробово-раціональні функції та їх інтегрування.

Виділення цілої частини неправильного раціонального дробу. Розкладання правильного раціонального дробу на найпростіші дроби. Інтегрування цілої частини та частинних дробів.

23. Інтегрування ірраціональних функцій.

Раціоналізація ірраціональних дробів, раціоналізація підстановками Ейлера. Диференціальний біном та його інтегрування.

24. Інтегрування тригонометричних функцій.

Інтегрування деяких класів тригонометричних функцій. Універсальна тригонометрична підстановка.

### 3М 8. Інтегральне числення функції однієї змінної. Визначений інтеграл.

25. Наближене обчислення визначених інтегралів.

Обчислення визначеного інтеграла формулами прямокутників та трапецій.

## 3М 9. Інтегральне числення функцій багатьох змінних. Кратні та криволінійні інтеграли.

26. Зміна порядку інтегрування в двократному інтегралі.

Обчислення подвійного інтегралу при різних порядках інтегрування. Перехід від одного порядку інтегрування до іншого.

27. Застосування подвійного інтеграла.

Обчислення площ, статичних моментів, координат центра ваги, моментів інерції.

28. Потрійний інтеграл у циліндричних координатах.

Обчислення потрійного інтегралу трикратним інтегруванням у циліндричних координатах.

29. Потрійний інтеграл у сферичних координатах.

Обчислення потрійного інтегралу трикратним інтегруванням у сферичних координатах.

30. Застосування криволінійного інтеграла по довжині.

Обчислення довжини і маси дуги, площі циліндричної поверхні.

31. Застосування криволінійного інтеграла по координатах.

Обчислення площі плоскої фігури, роботи змінної сили.

### 3М 10. Звичайні диференціальні рівняння.

32. Однорідні відносно змінних диференціальні рівняння І порядку.

Однорідні відносно змінних диференціальні рівняння І порядку, зведення до диференціальних рівнянь з розділяючимися змінними.

33. Рівняння в повних диференціалах.

Рівняння в повних диференціалах та його розв'язування.

34. Диференціальні рівняння вищих порядків, що допускають зниження порядку.

Диференціальні рівняння вищих порядків, види. Методи зниження порядку.

35. Лінійні однорідні диференціальні рівняння II порядку.

Пониження порядка лінійного неоднорідного диференціального рівняння ІІ порядку при наявності частинного розв'язку.

36. Лінійні однорідні диференціальні рівняння ІІ порядку із сталими коефіцієнтами.

Характеристичне рівняння. Дійсні і комплексні корені. Види загальних розв'язків лінійних однорідних диференціальних рівнянь II порядку із сталими коефіцієнтами.

## 3М 11. Числові та функціональні ряди. Ряди Фур'є.

37. Ряди з додатніми членами. Ознаки порівняння.

Дослідження рядів з додатніми членами на збіжність за ознаками порівняння.

38. Ознаки збіжності Даламбера і Коші.

Дослідження рядів з додатніми членами на збіжність за ознаками Даламбера і Коші.

39. Степеневі ряди.

Степеневий ряд. Визначення радіуса та інтервала збіжності степеневого ряда.

40. Застосування рядів Тейлора та Маклорена для обчислення значень функцій.

Обчислення значень функцій за допомогою рядів.

ЗМ 12. Елементи теорії ймовірностей. Випадкові події. Алгебра подій.

41. Формула Бернуллі.

Повторні незалежні випробування. Схема Бернуллі та формула Бернуллі. Знаходження найімовірнішого числа появи події в незалежних випробуваннях.

## 3М 13. Елементи теорії імовірностей. Випадкові величини.

42. Властивості характеристик дискретної величини.

Математичне сподівання і дисперсія суми і добутку двох випадкових величин.

## 3М 14. Елементи математичної статистики.

43. Числові характеристики дискретних розподілів вибірки.

Об'ємні середні величини. Структурні середні величини. Показники варіації ознак.

44. Числові характеристики інтервальних розподілів вибірки.

Визначення числових характеристик інтервальних розподілів вибірки.

45. Перевірка статистичних гіпотез про вигляд розподілу генеральної сукупності.

Застосування критерія Пірсона для перевірки гіпотези про нормальний розподіл генеральної сукупності.

46. Перевірка статистичних гіпотез про параметри генеральної сукупності.

Перевірка гіпотез про значення математичного сподівання нормального розподілу, про рівність математичних сподівань, дисперсій двох нормально розподілених величин.

47. Дисперсійний аналіз.

Дослідження впливу факторів та їх сумісного впливу на досліджувану ознаку.

48. Визначення параметрів у лінійній регресії методом найбільших квадратів.

Лінійна кореляція. Метод найменших квадратів для відшукування параметрів вибіркового рівняння лінійної регресії по незгрупованим даним.

49. Відшукування параметрів вибіркового рівняння лінійної регресії за згрупованими

даними.

Кореляційна таблиця. Відшукування параметрів вибіркового рівняння лінійної регресії по згрупованим даним. Вибірковий коефіцієнт лінійної кореляції та його властивості.

# 7.6. Теми, які винесені на обов'язкове самостійне опрацювання

# 3М 1. Елементи лінійної алгебри.

1. Знаходження оберненої матриці.

Знаходження оберненої матриці шляхом елементарних перетворень.

2. Ранг матриці.

Визначення ранга матриці.

3. Застосування систем лінійних рівнянь для розв'язування задач.

Розв'язування задач із застосуванням розв'язування систем лінійних рівнянь.

# 3М 2. Елементи аналітичної геометрії на площині.

4. Застосування рівнянь прямої на площині.

Визначення елементів трикутника, застосовуючи рівняння прямої на площині.

6. Рівняння деяких кривих в полярних координатах.

Рівняння кола, еліпса, астроїди, кардіоли, лемніскати Бернуллі в полярних координатах.

# 3М 3. Векторна алгебра. Елементи аналітичної геометрії в просторі.

7. Циліндричні та сферичні координати.

Перехід від циліндричних, сферичних координат до прямокутних і навпаки.

8. Поверхні другого порядку (1 год.).

Канонічні рівняння поверхонь другого порядку та їх вигляд.

ЗМ 4. Вступ до аналізу функцій однієї змінної.

9. Властивості функцій неперервних на відрізку.

Теореми для неперервних функцій.

3М 5. Диференціальне числення функції однієї змінної.

10. Застосування похідної функції однієї змінної.

Розв'язування задач із застосуванням похідної.

3М 6. Диференціальне числення функції багатьох змінних.

11. Застосування диференціалу функції багатьох змінних.

Використання повного диференціалу при наближених обчисленнях.

3М 7. Інтегральне числення функції однієї змінної. Невизначений інтеграл.

13. Розкладання правильного дробу на найпростіші дроби.

Метод невідомих коефіцієнтів. Спосіб прирівняння коефіцієнтів при однакових степенях невідомої та спосіб частинних значень змінної.

3М 8. Інтегральне числення функції однієї змінної. Визначений інтеграл.

15. Застосування визначених інтегралів до розв'язання задач механіки (3 год.).

Обчислення роботи змінної сили, знаходження маси плоскої фігури, обчислення статичних моментів плоских фігур, знаходження координат центра мас, обчислення моментів інерції плоских фігур.

3М 9. Інтегральне числення функцій багатьох змінних. Кратні та криволінійні інтеграли.

17. Побудова областей інтегрування подвійних інтегралів.

Знаходження області інтегрування подвійного інтегралу за границями чи межами інтенралу.

18. Побудова областей інтегрування потрійних інтегралів.

Знаходження області інтегрування потрійного інтегралу за границями чи межами інтенралу.

3М 10. Звичайні диференціальні рівняння.

19. Рівняння типу Бернуллі.

Розв'язування рівнянь Бернуллі.

20. Диференціальні рівняння другого порядку, що допускають зниження порядку. Розв'язування диференціальних рівнянь другого порядку методами зниження порядку.

3М 11. Числові та функціональні ряди. Ряди Фур'є.

21. Властивості абсолютно та умовно збіжних рядів.

Арифметичні дії над збіжними числовими рядами. Сума результуючого числового ряду.

22. Інтегрувания та диференціювання функціональних рядів.

Інтегрування та диференціювання функціональних рядів. Інтегрування та диференціювання степеневих рядів.

23. Ряди Фур'с (3 год.).

Розкладання функцій в ряди Фур'є. Розкладання парних і непарних функцій в ряди Фур'є.

3М 12. Елементи теорії ймовірностей. Випадкові події. Алгебра подій.

24. Визначення відхилення відносної частоти від сталої ймовірності.

Ймовірність відхилення відносної частоти від сталої ймовірності в незалежних випробуваннях.

ЗМ 13. Елементи теорії імовірностей. Випадкові величини.

25. Узагальнені числові характеристики цілочислових випадкових величин.

Імовірнісна твірна функція. Початкові та центральні моменти, асиметрія і ексцес дискретної випадкової величини.

26. Початкові та центральні моменти, асиметрія, ексцес неперервної величини.

Початкові та центральні моменти, асиметрія, ексцес неперервної випадкової величини.

### 27. Розподіл Ст'юдента, розподіл χ², розподіл Фішера-Снедекора.

Властивості та характеристики розподілів Ст'юдента, χ<sup>2</sup>, Фішера-Снедекора.

#### 3М 14. Елементи математичної статистики.

# 28. Використання програмних засобів для обчислень задач математичної статистики (3 год.).

Визначення значень функції Лапласа і числових характеристик вибірок за допомогою Excel.

Застосування критерія Пірсона для перевірки гіпотези про вигляд розподілу генеральної сукупності за допомогою Excel. Нелінійна кореляція. Метод найменших квадратів для відшукування параметрів вибіркового рівняння лінійної регресії за допомогою Excel.

## 7.7. Питання для підсумкового контролю знань здобувачів вищої освіти

#### 3М 1. Елементи лінійної алгебри.

- 1. Матриці. Види матриць. Дії з матрицями та їх властивості.
- 2. Означення визначника 2, 3, властивості визначників.
- 3. Означення мінору, алгебраїчного доповнення елемента матриці.
- 4. Визначник п-го порядку.
- 5. Означення невиродженої, союзної та оберненої матриць. Правило знаходження оберненої матриці та її властивості.
- 6. Розв'язок системи лінійних рівнянь матричним способом.
- 7. Розв'язок системи лінійних рівнянь за формулами Крамера.
- 8. Розв'язок системи лінійних рівнянь методом Гаусса. Дослідження системи лінійних рівнянь на сумісність.
- 9. Ранг матриці. Приклади обчислення рангу матриці.
- 10. Теорема Кронекера-Капеллі (без доведення). Система лінійних однорідних рівнянь.

#### 3М 2. Елементи аналітичної геометрії на площині.

- 11. Предмет аналітичної геометрії. Прямокутна декартова система координат на площині, відстань між двома точками.
- 12. Поділ відрізка у заданому відношенні.
- 13. Рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом та його дослідження.
- 14. Рівняння прямої, що проходить через задану точку з заданим кутовим коефіцієнтом. Рівняння пучка прямих.
- 15. Рівняння прямої, що проходить через дві задані точки.
- 16. Рівняння прямої у відрізках на осях.
- 17. Загальне рівняння прямої та його дослідження.
- 18. Кут між двома прямими на площині. Умови // та ⊥ двох прямих на площині.
- 19. Сумісне дослідження рівнянь двох прямих, що задані загальними рівняннями.
- 20. Нормальне рівняння прямої. Зведення загального рівняння прямої до нормального виду.
- 21. Відстань та відхилення точки від прямої.
- 22. Поняття кривих 2-го порядку. Означення кола. Канонічне рівняння кола.
- 23. Означення еліпса. Канонічне рівняння еліпса та його дослідження.
- 24. Означення гіперболи. Канонічне рівняння гіперболи та його дослідження.
- 25. Означення параболи. Канонічне рівняння параболи.
- 26. Перетворення координат на площині: перенесення початку координат.
- 27. Перетворення координат на площині: поворот осей координат на кут  $\alpha$  .
- 28. Поняття полярних координат та їх зв'язок з декартовими.

# 3М 3. Векторна алгебра. Елементи аналітичної геометрії в просторі.

- 29. Означення вектора, модуль вектора. Колінеарність та компланарність векторів. Лінійні дії з векторами.
- 30. Лінійна залежність між векторами. Базис на площині та у просторі.
- 31. Розклад вектора в координатному базисі **i, j, k**. Лінійні операції над векторами в системі координат.

- 32. Означення скалярного добутку векторів. Скалярний добуток двох векторів заданих координатами. Основні властивості скалярного добутку векторів.
- 33. Кут між двома векторами заданими їх координатами. Умова // та ⊥ двох векторів.
- 34. Векторний добуток векторів. Основні властивості векторного добутку. Площа паралелограма побудованого на двох векторах.
- 35. Векторний добуток двох векторів заданих координатами.
- 36. Мішаний добуток трьох векторів. Властивості мішаного добутку. Об'єм паралелепіпеда побудованого на трьох векторах.
- 37. Рівняння площини, що проходить через дану точку перпендикулярно заданому вектору.
- 38. Загальне рівняння площини у просторі та його дослідження.
- 39. Нормальне рівняння площини.
- 40. Рівняння площини через три задані точки.
- 41. Рівняння площини у відрізках на осях.
- 42. Кут між двома площинами. Умова // та ⊥ двох площин.
- 43. Відхилення та відстань точки від площини.
- 44. Канонічні та параметричні рівняння прямої у просторі.
- 45. Пряма лінія як перетин двох площин. Перехід до канонічних рівнянь прямої.
- 46. Кут між двома прямими у просторі. Умова // та ⊥ двох прямих у просторі.
- 47. Кут між прямою та площиною. Умови // та ⊥ прямої та площини.
- 48. Умова перетину двох прямих у просторі. Перетин прямої з площиною.

#### 3М 4. Вступ до аналізу функцій однієї змінної.

- 49. Поняття множини. Числові множини. Проміжки. Окіл точки. Модуль, властивості.
- 50. Означення змінної та сталої величини. Означення функції та способи її задання. Основні елементарні функції та їх класифікація. Складена функція.
- 51. Числова послідовність та її границя. Арифметична та геометрична прогресії. Основні теореми про границі числової послідовності.
- 52. Границя змінної величини. Нескінченно велика змінна величина.
- 53. Означення границі функції. Геометричні зображення. Границя функції зліва та справа. Границя функції на нескінченності.
- 54. Функції, що прямують до нескінченності. Обмежені функції.
- 55. Нескінченно малі функції. Зв'язок нескінченно малої та нескінченно великої функції.
- 56. Основні властивості нескінченно малих функцій.
- 57. Порівняння нескінченно малих.
- 58. Теореми про арифметичні властивості границь. Теорема про границю проміжної функції.
- 59. Перша важлива границя.
- 60. Друга важлива границя. Число е.
- 61. Приріст функції та приріст незалежної змінної. Неперервність функції в точці, на інтервалі.
- 62. Теореми про властивості функцій неперервних на відрізку (без доведення) у точці.
- 63. Класифікація точок розриву функції. Приклади.

## 3М 5. Диференціальне числення функції однієї змінної.

- 1. Задачі, що приводять до поняття похідної. Означення похідної. Механічний та геометричний зміст похідної.
  - 2. Теореми про арифметичні властивості похідних.
  - 3. Теорема про похідну від складеної функції y=f(u), де  $u=\varphi(x)$ .
  - 4. Похідні тригонометричних функцій.
  - 5. Похідна логарифмічної функції.

інте

- 6. Метод логарифмічного диференціювання. Похідна степенево-показникової функції. Похідні від функцій  $a^x$ ,  $e^x$ ,  $x^n$ .
  - 7. Означення оберненої функції. Похідна оберненої функції.
  - 8. Похідні обернених тригонометричних функцій.
  - 9. Похідні від функцій заданих параметрично та неявно.

- 10. Означення диференціала функції, його властивості та геометричний зміст.
- 11. Диференціал складеної функції. Інваріантність форми диференціала.
- 12. Застосування диференціала до наближених обчислень.
- 13. Похідні та диференціали вищих порядків. Механічний зміст другої похідної.
- 14. Границя відношення двох нескінченно малих величин та двох нескінченно великих величин. Розкриття невизначеностей за допомогою правил Лопіталя.
- 15. Означення зростаючої та спадної функції, їх геометрична інтерпретація. Теореми про необхідні та достатні ознаки зростання та спадання функцій однієї змінної, на відрізку.
- 16. Означення максимуму та мінімуму функції. Теорема про необхідну умову екстремуму функції. Критичні точки.
- 17. Теорема про достатні умови існування екстремуму функції однієї змінної. Схема дослідження функції на екстремум за допомогою першої похідної.
- 18. Опуклість та вгнутість кривої. Теореми про ознаки опуклості та вгнутості кривої. Схема дослідження функції на опуклість та вгнутість.
- 19. Асимптоти графіка функції: вертикальні, горизонтальні, похилі. Рівняння похилої асимптоти.

#### 3М 6. Диференціальне числення функції багатьох змінних.

- 20. Означення функції двох змінних та її області визначення. Геометричне зображення функції двох змінних.
  - 21. Границя функції двох змінних. Неперервність функції двох змінних. Точки розриву.
- 22. Частинний та повний приріст функції двох змінних. Частинні похідні функції двох змінних та їх геометрична інтерпретація.
  - 23. Повний приріст та повний диференціал функції двох змінних.
  - 24. Похідна складеної функції. Повна похідна та повний диференціал складеної функції.
  - 25. Похідна від функції, що задана неявно.
  - 26. Частинні похідні вищих порядків. Теорема про частинні похідні.
- 27. Означення максимуму та мінімуму функцій двох змінних. Теорема про необхідні умови існування екстремуму функції двох змінних.
- 28. Означення максимуму та мінімуму функцій двох змінних. Теорема про достатні умови існування тах і тіп. Схема знаходження екстремуму функції двох змінних.
  - 29. Найбільше та найменше значення функції двох змінних у замкненій області.

## 3М 7. Інтегральне числення функції однієї змінної. Невизначений інтеграл.

- 30. Означення первісної функції та невизначеного інтеграла. Теорема про різницю первісних. Геометричний зміст невизначеного інтеграла.
  - 31. Таблиця основних інтегралів, поняття про інтеграли, які не беруться.
  - 32. Основні властивості невизначеного інтеграла. Метод безпосереднього інтегрування.
- 33. Інтегрування методом заміни змінної у невизначному інтегралі. Інтеграли виду:  $\int f(ax+b)dx \, .$ 
  - 34. Інтегрування частинами у невизначеному інтегралі.
  - 35. Інтеграли від деяких функцій, які містять квадратний тричлен у знаменнику.
  - 36. Інтегрування найпростіших ірраціональних функцій.
  - 37. Інтегрування тригонометричних функцій виду:  $R(\sin x, \cos x)$ ,  $R(\sin^2 x, \cos^2 x)$ .
- 38. Інтегрування тригонометричних функцій виду: R(tgx), R(sinx)cosx, R(cosx)sinx,  $R(sin^mxcos^nx)$ . Універсальна тригонометрична підстановка.
  - 39. Інтегрування ірраціональних функцій за допомогою тригонометричних підстановок.

## 3М 8. Інтегральне числення функції однієї змінної. Визначений інтеграл.

- 40. Означення визначеного інтеграла та його геометричний зміст.
- 41. Основні властивості визначеного інтеграла.
- 42. Визначений інтеграл зі змінною верхнею межею. Формула Ньютона-Лейбніца.
- 43. Заміна змінної у визначеному інтегралі. Інтегрування частинами у визначеному інтегралі.

- 44. Формули для наближеного обчислення визначених інтегралів: прямокутників, трапецій.
- 45. Невласний інтеграл з нескінченими межами та його геометричний зміст.
- 46. Невласні інтеграли від функцій, які мають точки розриву.
- 47. Застосування визначеного інтеграла для розв'язування задач геометрії.
- 48. Застосування визначеного інтеграла для розв'язування задач механіки.

### 3М 9. Інтегральне числення функцій багатьох змінних. Кратні та криволінійні інтеграли.

- 1. Задачі, що приводять до поняття подвійного інтегралу. Означення подвійного інтегралу, його фізичний та геометричний зміст.
- 2. Подвійний інтеграл і його властивості. Обчислення подвійного інтегралу повторним інтегруванням в декартових координатах.
  - 3. Обчислення подвійного інтегралу в полярних координатах.
  - 4. Обчислення площ та об'ємів за допомогою подвійного інтегралу.
- 5. Застосування подвійного інтеграла у механіці (статичні моменти, координати центра мас, моменти інерції).
- 6. Задачі, що приводять до поняття потрійного інтегралу. Означення потрійного інтегралу, його фізичний та геометричний зміст.
- 7. Потрійний інтеграл і його властивості. Обчислення потрійного інтегралу повторним інтегруванням в декартових координатах.
  - 8. Обчислення потрійного інтеграла в циліндрічних координатах.
  - 9. Обчислення потрійного інтеграла в сферичних координатах.
  - 10. Обчислення об'ємів та маси за допомогою потрійного інтегралу.
- 11. Застосування потрійного інтеграла у механіці (статичні моменти, координати центра мас, моменти інерції).
  - 12. Криволінійний інтеграл по довжині дуги та його фізичний та геометричний зміст.
  - 13. Властивості криволінійного інтеграла по довжині дуги. Способи обчислення.
  - 14. Застосування криволінійного інтеграла першого роду.
  - 15. Криволінійний інтеграл по координатам та його фізичний зміст та властивості.
  - 16. Способи обчислення та застосування криволінійного інтеграла другого роду.
  - 17. Формула Гріна. Зв'язок криволінійних інтегралів першого і другого роду.
  - 18. Умови незалежності криволінійного інтегралу другого роду від шляху інтегрування.

#### 3М 10. Звичайні диференціальні рівняння.

- 19. Задачі, що приводять до диференціальних рівнянь. Поняття диференціального рівняння та його розв'язку. Порядок диференціального рівняння. Диференціальне рівняння  $y^{(n)} = f(x)$ .
- 20. Загальний розв'язок (інтеграл), частинний розв'язок (інтеграл) диференціального рівняння. Теорема існування та єдиності розв'язку диференціального рівняння. Задача Коші.
  - 21. Диференціальні рівняння першого порядку з відокремлюваними змінними.
  - 22. Однорідні відносно змінних диференціальні рівняння першого порядку.
  - 23. Диференціальні рівняння першого порядку в повних диференціалах.
  - 24. Лінійні деференціальні рівняння першого порядку з сталими коефіцієнтами.
  - 25. Рівняння типу Бернуллі.
- 26. Розв'язування диференціальних рівняннь  $F(x; y'; ...; y^{(n)}) = 0$ ,  $F(x; y^{(k)}; y^{(k+1)}; ...; y^{(n)}) = 0$  зниженням порядку.
  - 27. Розв'язування диференціальних рівняннь  $F(y';...;y^{(n)}) = 0$  зниженням порядку.
  - 28. Диференціальні рівняння другого порядку виду y'' = f(y, y') зниженням порядку.
  - 29. Диференціальні рівняння другого порядку виду y'' = f(x, y') зниженням порядку.
- 30. Пониження порядку лінійні однорідні диференціальні рівняння другого порядку при наявності частинного розв'язку.
- 31. Метод варіації довільних сталих для знаходження розв'язку лінійного неоднорідного диференціального рівняння другого порядку.
- 32. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння другого порядку із сталими коефіціентами. Структура загального розв'язку.

- 33. Лінійні неоднорідні диференціальні другого порядку із сталими коефіціентами із правою частиною у вигляді многочлена.
- 34. Лінійні неоднорідні диференціальні другого порядку із сталими коефіціентами із правою частиною у вигляді  $f(x) = Ae^{\alpha x}$ .
- 35. Лінійні неоднорідні диференціальні другого порядку з сталими коефіціентами із правою частиною  $f(x) = e^{\alpha x} (A \cos \beta x + B \sin \beta x)$ .

### 3М 11. Числові та функціональні ряди. Ряди Фурь'є.

- 36. Числові ряди. Поняття суми ряду. Збіжність та розбіжність рядів. Необхідна ознака збіжності числового ряду.
  - 37. Гармонічний ряд та його дослідження на збіжність (розбіжність).
  - 38. Збіжність (розбіжність) числового ряду типу Діріхле (узагальненого гармонічного).
  - 39. Ознаки порівняння для дослідження збіжності числових рядів з додатними членами.
  - 40. Ознака Даламбера збіжності ряду. Радикальна ознака Коші збіжності ряду.
  - 41. Інтегральна ознака Коші збіжності ряду.
  - 42. Знакозмінні ряди. Абсолютна та відносна збіжність. Теорема Лейбніца.
  - 43. Функціональний ряд. Область збіжності. Рівномірна збіжність функціонального ряду.
  - 44. Степеневі ряди. Радіус та інтервал збіжності степеневого ряду. Теорема Абеля.
  - 45. Степеневі ряди розкладені по степеням двочлена. Радіус та інтервал збіжності.
  - 46. Диференціювання та інтегрування функціональних та степеневих рядів.
  - 47. Ряд Тейлора (формула Тейлора). Розклад в ряд Маклорена функції  $f(x) = e^x$ .
  - 48. Розклад в ряд Маклорена функцій  $f(x) = \cos x$ ,  $f(x) = \sin x$ .
  - 49. Розклад в ряд Маклорена функцій  $f(x) = \arcsin x$ ,  $f(x) = \arctan x$ .
  - 50. Розклад в ряд Маклорена функцій  $f(x) = \ln(1+x)$ , f(x) = (1+x)''.
  - 51. Ряди Фурьє. Означення. Розкладання функцій в ряди Фур'є.
  - 52. Ряди Фур'є для парних і непарних функцій.

## 3М 12. Елементи теорії ймовірностей. Випадкові події. Алгебра подій.

- 1. Предмет теорії ймовірностей. Подія. Класифікація подій. Операції над подіями.
- 2. Деякі відомості із комбінаторики. Комбінації, розміщення, переставлення.
- 3. Класичне визначення ймовірності, його обмеженість. Геометрична ймовірність.
- 4. Відносна частота. Стійкість відносної частоти. Статистична ймовірність.
- 5. Незалежні події. Теорема множення ймовірностей незалежних подій. Ймовірність появи хоча би однієї незалежної події.
- 6. Залежні події. Умовні ймовірності. Формули множення ймовірностей для залежних випадкових подій.
- 7. Поняття про сумісні та несумісні події. Сума подій. Теорема додавання ймовірністей несумісних подій. Теорема додавання ймовірностей сумісних подій.
- 8. Протилежні події. Ймовірність появи протилежної події. Вірогідні та неможливі події, їх ймовірності.
- 9. Повна група подій. Ймовірність суми повної групи подій.
- 10. Формула повної ймовірності. Ймовірність гіпотез. Формули Байєса.
- 11. Повторні незалежні випробування. Формула Бернуллі.
- 12. Знаходження найімовірнішого числа появи події в незалежних випробуваннях.
- 13. Ймовірність відхилення відносної частоти від сталої ймовірності в незалежних випробуваннях. Означення потоку подій. Найпростіший потік подій (пуассонівський).
- 14. Формула Пуассона для малоймовірних випадкових подій.
- 15. Локальна теорема Лапласа.
- 16. Інтегральна теорема Лапласа.

# 3М 13. Елементи теорії імовірностей. Випадкові величини.

- 17. Дискретні випадкові величини. Закони розподілу їх ймовірностей.
- 18. Неперервні випадкові величини. Функція розподілу ймовірностей (інтегральна функція) та її властивості.

- 19. Щільність ймовірностей (диференціальна функція) і її властивості. Ймовірність попадання неперервної випадкової величини в заданий інтервал.
- 20. Знаходження інтегральної функції розподілу за відомою диференціальною функцією.
- 21. Числові характеристики дискретних випадкових величин (математичне сподівання, середнє квадратичне відхилення, дисперсія).
- 22. Числові характеристики неперервних випадкових величин (математичне сподівання, середнє квадратичне відхилення, дисперсія).
- 23. Властивості математичного сподівання.
- 24. Властивості дисперсії.
- 25. Початкові та центральні моменти, асиметрія, ексцес неперервної випадкової величини.
- 26. Поняття про моменти розподілу. Асиметрія та ексцес.
- 27. Біноміальний закон розподілу ймовірностей.
- 28. Пуассонівський закон розподілу ймовірностей.
- 29. Рівномірний закон розподілу ймовірностей.
- 30. Експоненціальний розподіл.
- 31. Нормальний закон розподілу випадкової величини.
- 32. Ймовірність попадання в заданий інтервал нормальної випадкової величини. Правило трьох сигм.
- 33. Розподіл Ст'юдента, розподіл  $\chi^2$ , розподіл Фішера-Снедекора.
- 34. Закон великих чисел. Нерівність і теорема Чебишева. Значення теореми Чебишева для практики.
- 35. Закон великих чисел. Теорема Бернуллі.
- 36. Поняття про теорему Ляпунова. Формулювання центральної граничної теореми.

#### 3М 14. Елементи математичної статистики.

- Задачі математичної статистики. Генеральна та вибіркова сукупності. Статистичні ряди розподілу. Побудова рядів розподілу.
- 38. Емпірична та теоретична функція розподілу. Графічне зображення рядів розподілу: полігон, гістограма. Центральна тенденція ряду розподілу.
- 39. Об'ємні середні величини: середня арифметична, середня геометрична, середня гармонійна, середня квадратична. Правило мажорантності.
- 40. Структурні середні величини: мода і медіана.
- 41. Показники варіації ознак: розмах варіації, середнє лінійне відхилення, дисперсія, середнє квадратичне відхилення, коефіцієнт варіації.
- 42. Двовимірний статистичний розподіл вибірки та його числові характеристики.
- 43. Точкові статистичні оцінки параметрів генеральної сукупності. Незміщене, ефективне та слушне оцінювання.
- 44. Оцінювання генеральної середньої і генеральної дисперсії.
- 45. Довірчий інтервал для оцінювання математичного сподівання нормального розподілу.
- Статистичні гіпотези: нульова та альтернативна, проста та складна. Статистичні критерії і критична область.
- 47. Перевірка гіпотези про числові значення параметрів нормального розподілу.
- 48. Критерій Пірсона перевірки гіпотези про нормальний, рівномірний розподіли.
- 49. Оцінка відхилення теоретичного розподілу від нормального. Асиметрія і ексцес.
- 50. Критерій Пірсона перевірки гіпотези пропоказниковий, біноміальний розподіли, про розподіл Пуассона.
- 51. Суть та завдання дисперсійного методу аналізу. Схема дисперсійного аналізу.
- 52. Поняття стохастичності та статистичної залежності, кореляції та регресії. Діаграма розсіяння.
- 53. Лінійні емпіричні рівняння парної кореляції. Визначення вибіркового рівняння прямої лінії регресії.
- 54. Вибірковий коефіцієнт кореляції та кореляційний зв'язок. Перевірка гіпотези про значущість коефіцієнта кореляції.

# ФОРМА ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ, КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ НАВЧАННЯ ТА РЕЙТИНГОВА ОЦІНКА ЗНАНЬ З ДИСЦИПЛІНИ ЗДОБУВАЧІВ ВИЩОЇ ОСВІТИ

Оцінювання результатів навчання проводиться відповідно до Положення про організацію освітнього процесу у Миколаївському національному аграрному університеті СО 5.258.01-00.2018 та Положення про порядок оцінювання здобувачів вищої освіти у Миколаївському національному аграрному університеті СО 5.270.01-00.2020.

Підсумкове оцінювання результатів навчання в університеті здійснюється за єдиною 100бальною шкалою. Оцінка здобувача вищої освіти відповідає відношенню встановленого при оцінюванні рівня сформованості професійних та загальних компетентностей до запланованих результатів навчання (у відсотках).

Підсумкова оцінка з освітньої компоненти «Вища математика», підсумковою формою контролю за якою встановлено екзамен, визначається як сума оцінок (балів) за всіма успішно оціненими результатами навчання під час семестру (оцінки нижче мінімального порогового рівня до підсумкової оцінки не додаються) та оцінки, отриманої під час екзамену.

Мінімальний пороговий рівень оцінки з освітнього компоненту складає 60 відсотків від максимально можливої кількості балів. Здобувач вищої освіти може бути недопущеним до підсумкового оцінювання, якщо під час семестру він: не досяг мінімального порогового рівня оцінки тих результатів навчання, які не можуть бути оцінені під час підсумкового контролю; якщо під час семестру він набрав кількість балів, недостатню для отримання позитивної оцінки навіть у випадку досягнення ним на підсумковому контролі максимально можливого результату.

Оцінювання результатів навчання під час семестру включає оцінювання знань здобувача на основі: виконаних завдань з окремих тем для самостійного виконання на практичних і лаблраторних заняттях та під час самостійної роботи; виконаних розрахункових робіт із змістових модулів; пройдених тестів. Критеріями оцінювання є: правильність виконання завдань та розуміння (пріоритет), своєчасність та повнота.

Додатково нараховуються бали за заходи неформальної освіти. Під час оцінювання результатів неформальної освіти здобувача враховується відповідність напряму та змісту тематики дисципліни, документальне підтвердження участі у заході.

Основними deadline залежно від виду роботи  $\epsilon$ : наступне заняття, підсумковий контрольний захід зі змістового модулю, атестація, день складання екзамену.

Рейтингова оцінка знань здобувачів вищої освіти з дисципліни

Перший семестр	3м	Всього балів			
Форма контролю	1	2	3	4	
Завдання для самостійного виконання (розрахункові)	12-7	8-5	8-5	8-5	36-22
Контрольна	6-4	3-1,5	6-4	-	15-9,5
Тестування	-	3-1,5	2-1	4-2	9-4,5
	18-11	14-8	16-10	12-7	60-36
Всього за семестр	-	-	_	-	40-24
Крім того екзамен	3м	Всього балів			
Другий семестр Форма контролю	5	6	7	8	БСВОГО ОШПВ
Завдання для самостійного виконання (розрахункові)	11-7	6-4	13-8	11-6	41-25
Контрольна	4-2,5	-	4-2,5	3-2	11-7
	3-1,5	2-1	3-1,5	-	8-4
Тестування Всього за семестр	18-11	8-5	20-12	14-8	60-36
Крім того екзамен	-	-	-	-	40-24

	Змісто	вий модуль (в	балах)	Всього
Третій семестр	9	10	11	балів
Форма контролю  Завдання для самостійного  (посторі)	12-7	10-6	10-6	32-19
виконання (розрахункові) Мантроли на	8-5	6-3,5	6-3,5	20-12
Контрольна Тестування	-	4-2,5	4-2,5	8-5
Всього за семестр	20-12	20-12	20-12	60-36
Крім того екзамен	-	-	-	40-24
Четвертий семестр	Змістовий модуль (в балах)			Всього
Форма контролю	12	13	14	балів
Завдання для самостійного	16-9,5	12-7,5	20-12	48-29
виконання (розрахункові)	4-2,5	4-2,5	4-2	12-7
Тестування	20-12	16-10	24-14	60-36
Всього за семестр Крім того заліж	-	-	тковий семес	40-24 тровий ек

Здобувач вищої освіти має право складати підсумковий семестровий екзамен (у письмовій формі) під час екзаменаційної сесії, до якої він допускається, якщо за виконання всіх контрольних заходів, передбачених протягом семестру, студент набирає 36 і більше балів. У цьому випадку оцінка за екзамен складається із суми балів, отриманих протягом семестру (36-60 балів), і балів, отриманих під час складання екзамену. При цьому здобувач вищої освіти може отримати на екзамені (24-40 балів). Якщо кількість балів отриманих на іспиті менше 24 балів, то здобувач вищої освіти отримує незадовільну оцінку.

Здобувачі вищої освіти, що набрали впродовж семестру менше 36 балів (із можливих 60) до сесії не допускаються і автоматично отримують незадовільну оцінку. До складання екзамену такі здобувачі вищої освіти можуть бути допущені тільки після того, як наберуть необхідну кількість семестрових балів.

Здобувачі вищої освіти, що хворіли і мають відповідні довідки медичних установ або були відсутні з інших поважних причин і не могли брати участь у контрольних заходах, проходять контроль під час спеціально встановлених додаткових занять за узгодженням з викладачами за графіком, що розроблює деканат факультету.

Якщо здобувач вищої освіти на екзамені отримує незадовільну оцінку, то він має право на одне перескладання викладачеві, друге перескладання приймає комісія, створена за вказівкою декана факультету. Якщо здобувач вищої освіти отримує незадовільну оцінку під час складання комісії, його відраховують з університету.

За будь-якої форми здобування освіти оцінювання результатів навчання здобувачів вищої освіти  $\epsilon$  ідентичним.

## Шкала оцінювання: національна та ECTS

Сума балів за всі види навчальної діяльності Оцінка ЕСТЅ		Оцінка за націон	альною шкалою		
		для екзамену, курсового проекту (роботи), практики	для заліку		
90 - 100	A	відмінно	•		
82-89	В	добре			
74-81	C	доорс	зараховано		
64-73	D	эолоріят по			
60-63	E	задовільно			
35-59	FX	незадовільно з можливістю повторного складання	не зараховано з можливістю повторного складання		
0-34	F	незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни	не зараховано з обов'язковим повторним вивченням дисципліни		

## 9. ІНСТРУМЕНТИ, ОБЛАДНАННЯ ТА ПРОГРАМНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ, ЯКЕ ПЕРЕДБАЧЕНО НАВЧАЛЬНОЮ ДИСЦИПЛІНОЮ

Зміст лекційного матеріалу, методичні рекомендації для практичних робіт та самостійної роботи здобувачів, завдання для розрахункових робіт, критерії та форми оцінювання, напрями наукової роботи розміщено на сторінках дисципліни у Moodle

https://moodle.mnau.edu.ua/course/view.php?id=3104 (перший курс);

https://moodle.mnau.edu.ua/course/view.php?id=395 (другий курс).

Лекції, які читаються в аудиторіях передбачають використання мультимедії. Якщо лекції виносяться на дистанційне навчання, то передбачено робота у дистанційних курсах з інтерактивними лекціями та відеолекціями.

#### 10. ПЕРЕЛІК РЕКОМЕНДОВАНИХ ІНФОРМАЦІЙ ДЖЕРЕЛ

#### 10.1. Базові

- 1. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика: збірник задач. Київ: А.С.К., 2005. 480 с.
- 2. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика: навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. Київ: Ігнатекс, 2013. 648 с.
- 3. Вища математика. Модуль 4 «Границі послідовностей та функцій» : завдання та методичні рекомендації для самостійної роботи здобувачів вищої освіти ступеня «Бакалавр» спеціальностей 281 «Публічне управління та адміністрування», 073 «Менеджмент», 241 «Готельно-ресторанна справа» / уклад. В. С. Шебанін та ін. Миколаїв : МНАУ, 2020. 44 с. URI: <a href="http://dspace.mnau.edu.ua/jspui/handle/123456789/8100">http://dspace.mnau.edu.ua/jspui/handle/123456789/8100</a>
- 4. Вища математика. Модуль «Теорія ймовірностей. Випадкові події»: методичні рекомендації до виконання самостійної роботи для здобувачів вищої освіти ступеня «Бакалавр» спеціальностей 208 «Агроінженерія», 105 «Професійна освіта (Аграрне виробництво, переробка сільськогосподарської продукції та харчові технології)», 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка», 204 «Технологія виробництва і переробки продукції тваринництва» денної форми навчання» / уклад. Бойчук О.В., Богданов С.І., Борчик Є.Ю., Шептилевський О.В. Електрон. текст. дані. Миколаїв : МНАУ, 2021. 60 с. URI: https://dspace.mnau.edu.ua/jspui/handle/123456789/10452
- 5. Жлуктенко В.І., Наконечний С.І. Теорія ймовірностей і математична статистика. Навч. посібник. Київ : КНЕУ, 2000. Ч. І. Теорія ймовірностей. 304 с.
- 6. Жлуктенко В.І., Наконечний С.І., Савіна С.С. Теорія ймовірностей і математична статистика. Навч. посібник. Київ : КНЕУ, 2001. Ч. ІІ. Математична статистика. 336 с.
- 7. Практикум з вищої математики : комп'ютерна система для дистанційного навчання / В.С. Шебанін, О.В. Шебаніна, І.П. Атаманюк та ін. Миколаїв : МНАУ, 2016. Ч. І. 232 с.
- 8. Практикум з вищої математики : комп'ютерна система для дистанційного навчання / В.С. Шебанін, О.В. Шебаніна, І.П. Атаманюк та ін. Миколаїв : МНАУ, 2018. Ч. ІІ. 380 с.

#### 10.2. Додаткові

- 1. Examples for mathematics // Wolframalpha: website. URL: https://www.wolframalpha.com.
- 2. Вивчаємо математику онлайн : веб-сайт. URL: https://www.matem.com.ua.
- 3. Вивчаємо математику онлайн!!! : веб-сайт. URL: http://ua.onlinemschool.com.
- 4. Клепко В.Ю., Голець В.Л. Вища математика в прикладах і задачах. Навч. посібник. Київ : Центр навч. літератури, 2006. 600 с.
  - 5. Навчальний сайт з математики : веб-сайт. URL: https://formula.co.ua/uk.

#### 10.3 Законодавчо-нормативні акти

1. Концепція розвитку природничо-математичної освіти (STEM-освіти) [Електроний ресурс] : схвалено розпорядженням Кабінету Міністрів України від 5 серпня 2020 р. № 960-р. — Режим доступу : <a href="https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/960-2020-%D1%80#Text">https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/960-2020-%D1%80#Text</a>

2. Про внесення змін до наказу Міністерства аграрної політики та продовольства України від 13 лютого 2013 року № 96 [Електроний ресурс] : зареєстровано в Міністерстві юстиції України 12 березня 2021 р. за № 315/35937 — Режим доступу : <a href="https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/z0315-21#Text">https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/z0315-21#Text</a>

Робоча програма складена викладачем

(підпис)

Олена БОЙЧУК (прізвище та ініціали)