

ЗАДАЧА № 1

1. Знайти похідну функції: $y = x^{x+3}$
2. Обчислити інтеграл: $\int 2e^{-3x} dx$
3. Знайти частинний розв'язок диференціального рівняння:
 $y'' + y = 6 \sin 2x \quad y(\pi) = -1, y'(\pi) = -4$
4. Дослідити на збіжність ряд: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^{2n}}{n \cdot 9^n}$

ЗАДАЧА № 2

1. Знайти похідну функції: $y = \arctg x^2 + \ln(5x + 1)$
2. Обчислити інтеграл: $\int \frac{dx}{4x + 5}$
3. Знайти частинний розв'язок диференціального рівняння:
 $y'' - 2y' = 6x^2 - 6x - 2 \quad y(0) = 1, y'(0) = 1$
4. Дослідити на збіжність ряд: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 2^n}$

ЗАДАЧА № 3

1. Знайти похідну функції: $y = 3 \sin^2 x - \cos 2x + x^3$
2. Обчислити інтеграл: $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$
3. Знайти частинний розв'язок диференціального рівняння:
 $y'' - y' \operatorname{ctg} x = \sin x \quad y\left(\frac{n}{2}\right) = 1, y'\left(\frac{n}{2}\right) = \frac{n}{2}$
4. Дослідити на збіжність ряд: $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1}\right)^n$

ЗАДАЧА № 4

1. Знайти похідну функції: $y = x^{\sin x}$
2. Обчислити інтеграл: $\int \sin^2 x \cdot \cos x dx$
3. Знайти частинний розв'язок диференціального рівняння:
 $y'' - y' - 2y = 3e^{2x} \quad y(0) = 2, y'(0) = 5$
4. Дослідити на збіжність ряд: $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n}}$

ЗАДАЧА № 5

1. Знайти похідну функції: $y = 3e^x - 2\cos x^2 + \sqrt{x}$
2. Обчислити інтеграл: $\int_0^{\pi/4} 3 \cos 2x dx$
3. Знайти частинний розв'язок диференціального рівняння:
 $yy'' = (y')^2 \quad y(0) = 1, y'(0) = 3$
4. Дослідити на збіжність ряд: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(n+1)(n+2)}$

ЗАДАЧА № 6

1. Знайти похідну функції: $y = \arcsin \frac{x}{2} + 2x^3 + \ln x$
2. Обчислити інтеграл: $\int \frac{x^2 dx}{x^2 + 2}$
3. Знайти частинний розв'язок диференціального рівняння:
 $y'' - 4y = (3x - 1)e^{-x} \quad y(0) = 0, y'(0) = -4$
4. Дослідити на збіжність ряд: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(n+1)!}$

ЗАДАЧА № 7

1. Знайти похідну функції: $y = e^{x^3} + 2x^2 - \sin 5x$
2. Обчислити інтеграл: $\int 5 \cdot e^{\frac{1}{5}x} dx$
3. Знайти частинний розв'язок диференціального рівняння:
 $y'' + y' = 3 \cos x - \sin x \quad y(0) = 0, y'(0) = 1$
4. Дослідити на збіжність ряд: $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\ln(n+1)}$

ЗАДАЧА № 8

1. Знайти похідну функції: $y = \cos 4x + e^{2x} + x^7 + 6$
2. Обчислити інтеграл: $\int (x + 2)(x - 7) dx$
3. Знайти частинний розв'язок диференціального рівняння:
 $y' - y \cos x = -\sin 2x \quad y(0) = 3$
4. Дослідити на збіжність ряд: $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n \ln n (\ln \ln n)^3}$

ЗАДАЧА № 9

1. Знайти похідну функції: $y = \frac{x^2 - 1}{x + 5} + \sin 2x$
2. Обчислити інтеграл: $\int (x + 1) \cos x dx$
3. Знайти частинний розв'язок диференціального рівняння:
 $y'' - 2y' = 2x + 1 \quad y(0) = 1, y'(0) = 1$
4. Дослідити на збіжність ряд: $\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{2^{n+1}}$

ЗАДАЧА № 10

1. Знайти похідну функції: $y = 2 \cos x + \ln x + 8x^3 + 4$
2. Встановити збіжність інтегралу: $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x}}$
3. Знайти частинний розв'язок диференціального рівняння:
 $y'' + 16y = 7 \cos 3x \quad y(0) = 1, y'(0) = 4$
4. Дослідити на збіжність ряд: $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n}}$

ЗАДАЧА № 11

1. Знайти похідну функції: $y = 5\sqrt{x} - 2x^3 + 7 + \operatorname{arctg} 2x$
2. Обчислити інтеграл: $\int 3 \cos^2 x dx$
3. Знайти частинний розв'язок диференціального рівняння:
 $y'' + 2y' + y = -2 \sin x + x + 2 \quad y(0) = 1, y'(0) = 2$
4. Дослідити на збіжність ряд: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} \cdot n}{6n - 5}$

ЗАДАЧА № 12

1. Знайти похідну функції: $y = \frac{5}{x^3} - \frac{4}{x^2} + \frac{3}{x} + \ln \sin 2x + 7$
2. Встановити збіжність інтегралу: $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^5}$
3. Знайти частинний розв'язок диференціального рівняння:
 $y'' + y' - 2y = \cos x - 3 \sin x \quad y(0) = 1, y'(0) = 2$
4. Дослідити на збіжність ряд: $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{(x-2)^{2n}}{2n}$

ЗАДАЧА № 13

1. Знайти похідну функції: $y = (\sqrt{x} + 4)^2 + \sin \ln x$
2. Обчислити інтеграл: $\int 2 \ln x dx$
3. Знайти частинний розв'язок диференціального рівняння:
 $y'' + 4y = 3 \cos x \quad y(0) = 1, y'(0) = 2$
4. Дослідити на збіжність ряд: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n \cdot 5^n}$

ЗАДАЧА № 14

1. Знайти похідну функції: $y = \frac{x^2 + 1}{5x} + \arccos 4x$
2. Обчислити інтеграл: $\int_0^{\pi} x \cdot \sin x dx$
3. Знайти частинний розв'язок диференціального рівняння:
 $y' = \frac{y^2}{x^2} + 6 \frac{y}{x} + 6$
4. Дослідити на збіжність ряд: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$

ЗАДАЧА № 15

1. Знайти похідну функції: $y = \frac{x^2 + 5}{2 \sin x} + \sqrt{\ln x}$
2. Обчислити інтеграл: $\int \frac{3}{5} \sin^2 x dx$
3. Знайти частинний розв'язок диференціального рівняння:
 $y'' - 2y' + y = 9e^{-2x} + 2x - 4 \quad y(0) = 1, y'(0) = 1$
4. Дослідити на збіжність ряд: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$

ЗАДАЧА № 16

1. Знайти похідну функції: $y = \frac{\cos 2x}{x^3} + \ln^3 x + x^4$
2. Обчислити інтеграл: $\int \frac{\ln x}{x} dx$
3. Знайти частинний розв'язок диференціального рівняння:
 $y'' - 4y' + 5y = 5x - 4 \quad y(0) = 0, y'(0) = 3$
4. Дослідити на збіжність ряд: $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{2n-1}$

ЗАДАЧА № 17

1. Знайти похідну функції: $y = e^x \cdot \cos(4x - 1) + \operatorname{tg} x$
2. Обчислити інтеграл: $\int_1^2 \frac{7x^2}{5} dx$
3. Знайти частинний розв'язок диференціального рівняння:
 $y'' + 6y' + 9y = 2e^{-3x} \quad y(0) = 1, y'(0) = -3$
4. Дослідити на збіжність ряд: $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n+1}{n}$

ЗАДАЧА № 18

1. Знайти похідну функції: $y = \frac{1}{3} x^3 + \operatorname{tg} 2x - 5 + \ln^2 \sin x$
2. Обчислити інтеграл: $\int \cos(3x + 2) dx$
3. Знайти частинний розв'язок диференціального рівняння:
 $y' - y \cos x = \sin 2x \quad y(0) = -1$
4. Дослідити на збіжність ряд: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$

ЗАДАЧА № 19

1. Знайти похідну функції: $y = \arccos 2x + \frac{1}{3} \ln x^3 + 3x^8$
2. Обчислити інтеграл: $\int \frac{dx}{x^2 + 10x + 100}$
3. Знайти частинний розв'язок диференціального рівняння:
 $y'' - 5y' = 10x + 3 \quad y(0) = 2, y'(0) = 4$
4. Дослідити на збіжність ряд: $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n!}{n^n}$

ЗАДАЧА № 20

1. Знайти похідну функції: $y = (x + 1) \cos 2x + \ln \sqrt{x}$
2. Обчислити інтеграл: $\int (e^x + \sqrt{x}) dx$
3. Знайти частинний розв'язок диференціального рівняння:
 $y'' - 2y' - 8y = 16x^2 + 2 \quad y(0) = 0, y'(0) = 5$
4. Дослідити на збіжність ряд: $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln n}{n}$

ЗАДАЧА № 21

1. Знайти похідну функції: $y = \arcsin x^3 + \sqrt{\operatorname{tg} 3x + x^7} - 5$
2. Обчислити інтеграл $\int 2 \ln x dx$
3. Знайти частинний розв'язок диференціального рівняння:
 $y'' - 3y' = 3e^{3x} \quad y(0) = 2, y'(0) = 4$
4. Дослідити на збіжність ряд: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n + 1}$

ЗАДАЧА № 22

1. Знайти похідну функції: $y = \arcsin 2x + 2x^5 - 7x^4 + 2x^2 - 5x$
2. Обчислити інтеграл: $\int \sin 3x dx$
3. Знайти частинний розв'язок диференціального рівняння:
 $y'' - 4y' + 3y = 8e^{5x} \quad y(0) = 3, y'(0) = 7$
4. Дослідити на збіжність ряд: $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin \frac{\alpha}{n}$

ЗАДАЧА № 23

1. Знайти похідну функції: $y = 2 \ln x^3 + \cos^2 x + \sqrt{x} + \operatorname{arctg} 7x$
2. Обчислити інтеграл: $\int \frac{dx}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x}$
3. Знайти частинний розв'язок диференціального рівняння:
 $y'' - 4y = 4 \sin 2x \quad y(0) = 2, y'(0) = 7$
4. Дослідити на збіжність ряд: $\frac{3}{2} + \frac{9}{8} + \dots + \frac{3^n}{n \cdot 2^n} + \dots$

ЗАДАЧА № 24

1. Знайти похідну функції: $y = x \cdot \cos^2 x + \ln \cos 3x$
2. Обчислити інтеграл: $\int x \cdot \cos x dx$
3. Знайти частинний розв'язок диференціального рівняння:
 $2yy'' = 3 + (y')^2 \quad y(1) = 1, y'(1) = 1$
4. Дослідити на збіжність ряд: $\sum_{n=1}^{\infty} n! (x - 5)^n$

ЗАДАЧА № 25

1. Знайти похідну функції: $y = \frac{\cos x}{x} + \operatorname{arctg}^2 x + x$
2. Обчислити інтеграл: $\int \frac{2x+1}{x-2}$
3. Розв'язати диференціальні рівняння:
$$y' - y \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos x} \quad y(0) = 0$$
4. Дослідити на збіжність ряд: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(\frac{n-1}{n}\right)^n \cdot n}{5^n}$

ЗАДАЧА № 26

1. Знайти похідну функції: $y = (e^x + 5) \cos x + \ln \sin 6x$
2. Обчислити інтеграл: $\int \frac{dx}{x^2 + 4x + 16}$
3. Розв'язати диференціальні рівняння:
$$xy' + y = 2x^3 \quad y(1) = \frac{1}{2}, y'(1) = 2$$
4. Дослідити на збіжність ряд: $\frac{1}{\ln 2} + \frac{1}{\ln 3} + \dots + \frac{1}{\ln(n+1)} + \dots$

ЗАДАЧА № 27

1. Знайти похідну функції: $y = e^{2x} - \cos 3x + \arccos^3 x + \sqrt{x}$
2. Обчислити інтеграл: $\int x^3 \cdot e^{x^2} dx$
3. Розв'язати диференціальні рівняння:
$$xy'' + x \cdot (y')^2 - y' = 0 \quad y(2) = 2, y'(2) = 1$$
4. Дослідити на збіжність ряд: $\frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{3n-1} + \dots$

ЗАДАЧА №28

1. Знайти похідну функції: $y = \frac{\sin x}{1+x^2} + \ln^7 \cos x + x^4 + 8$
2. Обчислити інтеграл: $\int 3 \sin^3 x dx$
3. Розв'язати диференціальні рівняння:
$$y' + 2xy = xe^{-x^2} \cdot \sin x \quad y(0) = 1$$
4. Дослідити на збіжність ряд: $x + 4x^2 + \dots + (nx)^n + \dots$

ЗАДАЧА № 29

1. Знайти похідну функції: $y = e^x \cos x + \ln \sqrt{\operatorname{tg} x} + x^2 + x + 9$
2. Обчислити інтеграл: $\int \frac{\ln x dx}{x}$
3. Розв'язати диференціальні рівняння:
$$y' + 2xy = -2x^3 \quad y(1) = \frac{1}{e}$$
4. Дослідити на збіжність ряд: $\frac{x}{1 \cdot 2} + \frac{x^2}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{x^n}{n(n+1)} + \dots$

ЗАДАЧА № 30

1. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}; \frac{\partial z}{\partial y}$ функції: $z = \frac{x}{y}$
2. Обчислити інтеграл: $\int_0^1 \frac{x^3 + 10}{5} dx$
3. Розв'язати диференціальні рівняння:
$$y'' = 32y^3 \quad y(4) = 1; \quad y'(4) = 4$$
4. Дослідити на збіжність ряд: $\frac{2}{2} + \frac{2 \cdot 3}{2 \cdot 4} + \dots + \frac{(n+1)!}{2^n \cdot n!} + \dots$

ЗАДАЧА № 31

1. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}; \frac{\partial z}{\partial y}$ функції: $z = x^2 \sin y$
2. Обчислити інтеграл: $\int_0^1 \frac{x^3}{x^4 + 5} dx$
3. Розв'язати диференціальні рівняння:
$$y'' + 50 \sin y \cos^3 y = 0 \quad y(0) = 0; \quad y'(0) = 5$$
4. Дослідити на збіжність ряд: $\frac{3}{2} + \frac{9}{8} + \dots + \frac{3^n}{n \cdot 2^n} + \dots$

ЗАДАЧА № 32

1. Знайти похідну функції: $y = \frac{1}{2} \ln(x^2 + 2) + \operatorname{arctg}^4 x + \sqrt{x}$
2. Обчислити інтеграл: $\int_0^{\pi/2} x \cos x dx$
3. Розв'язати диференціальні рівняння:
$$y'' y^3 + 64 = 0 \quad y(0) = 4; \quad y'(0) = 2$$
4. Дослідити на збіжність ряд:
$$\frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{(n+1)\sqrt{n+1}} + \dots$$

ЗАДАЧА № 33

1. Знайти похідну функції: $y = x \arcsin x + \sqrt[3]{\sin x} + x + 8$
2. Обчислити інтеграл: $\int \frac{dx}{5x + 8}$
3. Розв'язати диференціальні рівняння:
$$y' + 2xy = xe^{-x^2} \cdot \sin x \quad y(0) = 1$$
4. Дослідити на збіжність ряд: $1 + \frac{4}{1 \cdot 2} + \dots + \frac{n^2}{n!} + \dots$

ЗАДАЧА № 34

1. Знайти похідну функції: $y = \frac{e^x}{\sin x} + \ln \cos x + x^4 + \operatorname{tg} 5x + 6$
2. Обчислити інтеграл: $\int_0^1 xe^{5x} dx$
3. Розв'язати диференціальні рівняння:
$$y' + \frac{y}{x} = \sin x \quad y(\pi) = \frac{1}{\pi}$$
4. Дослідити на збіжність ряд: $\frac{1}{1+1^2} + \frac{2}{1+2^2} + \dots + \frac{n}{1+n^2} + \dots$

ЗАДАЧА № 35

1. Знайти похідну функції: $y = \sin(2x + 1) \cdot x^3 + \sqrt[5]{\operatorname{tg} x}$
2. Обчислити інтеграл: $\int_1^{\infty} \frac{dx}{1+x^2}$
3. Розв'язати диференціальні рівняння:
$$xy'' + x \cdot (y')^2 - y' = 0 \quad y(2) = 2, y'(2) = 1$$
4. Дослідити на збіжність ряд: $\frac{1}{3} + \frac{3}{3^2} + \dots + \frac{2n-1}{3^n} + \dots$

ЗАДАЧА № 36

1. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}; \frac{\partial z}{\partial y}$ функції: $z = x^2 y + y^2$
2. Обчислити інтеграл: $\int \sin^5 x \cos x dx$
3. Розв'язати диференціальні рівняння:
$$xy'' + x \cdot (y')^2 - y' = 0 \quad y(2) = 2, y'(2) = 1$$
4. Дослідити на збіжність ряд: $\frac{1}{3} + \frac{3}{3^2} + \dots + \frac{2n-1}{3^n} + \dots$

ЗАДАЧА № 37

1. Знайти похідну функції: $y = \frac{\sin x}{x} + \operatorname{arctg}^6 x + \sqrt{x}$
2. Обчислити інтеграл: $\int x e^x dx$
3. Розв'язати диференціальні рівняння:
$$xy' + y = 2x^3 \quad y(1) = \frac{1}{2}, y'(1) = 2$$
4. Дослідити на збіжність ряд: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n (n+1)^2}{5^n n!}$

ЗАДАЧА № 38

1. Знайти похідну функції: $y = 4\sqrt{\ln x} + \operatorname{tg}^2 x + x + 13$
2. Обчислити інтеграл: $\int \frac{x}{x-1} dx$
3. Знайти частинний розв'язок диференціального рівняння
$$(y+1)^2 y'' = (y')^3, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1$$
4. Дослідити на збіжність ряд: $\frac{1}{2} - \frac{8}{4} + \dots + (-1)^{n+1} \frac{n^3}{2^n} + \dots$

ЗАДАЧА № 39

1. Знайти похідну функції: $y = x^{x-5}$
2. Обчислити інтеграл: $\int 5e^{-13x} dx$
3. Знайти частинний розв'язок диференціального рівняння:
$$y'' + y' - 2y = \cos x - 3 \sin x \quad y(0) = 1, y'(0) = 2$$
4. Дослідити на збіжність ряд: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{(n+1)!}$

ЗАДАЧА № 40

1. Знайти похідну функції: $y = \operatorname{arcsin}^2 x - \cos 2x + 5x^3$
2. Обчислити інтеграл: $\int \frac{3e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$
3. Знайти частинний розв'язок диференціального рівняння:
$$y'' - 2y' = 6x^2 - 6x - 2 \quad y(0) = 1, y'(0) = 1$$
4. Дослідити на збіжність ряд: $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n+1} \right)^n$