ВИКОРИСТАННЯ НЕЧІТКИХ ПРЕДИКАТІВ І КВАНТОРІВ В МАТРИЧНОМУ ПРЕДСТАВЛЕННІ ПРИ МОДЕЛЮВАННІ ІНФОРМАЦІЙНОГО РЕСУРСУ

УДК 519.177

ВОЛОСЮК Юрій Вікторович
к.т.н., доцент кафедри інформатики та соціально-гуманітарних дисциплін Миколаївської філії ПВНЗ «Європейський університет».
Наукові інтереси: інформаційні технології в освіті, автоматизовані системи навчання.
e-mail: relax_eu@mail.ru

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

В сучасному світі актуальність структуризації знань визначається наступними причинами: стрімко посилюються потоки інформації, об'єм інформації зростає в експоненціальному режимі і для людського інтелекту стає все складнішим усвідомлювати реалії навколишнього світу. Людину все більше оточують складні системи, побудова яких не може бути вивчена за достатньо короткий термін. До складних систем можна віднести не лише технічні об'єкти, але і соціальну ієрархію, що ускладнилась, темп життя, що прискорився, і, відповідно, темп отримання інформації й обмежений час на її аналіз і обробку людським мозком, що свідчить про те, що проблема дослідження моделювання інформаційного ресурсу потребує особливої уваги дослідників.

АНАЛІЗ ОСТАННІХ ДОСЛІДЖЕНЬ І ПУБЛІКАЦІЙ

Серед авторів, які у своїх фундаментальних дослідженнях приділяли увагу проблемам представлення знань та моделювання інформації, необхідно виділити таких вчених як Гаврилов М.А., Голєц І.М., Поспєлов Д.О., Кравченко Ю.В., Оксіюк О.Г.

Однак питання представлення знань в інформаційних системах потребує поглибленої уваги через проблему застосування саме такої комбінованої моделі, яка в змозі враховувати нечіткий зміст деякої інформації.

ФОРМУЛЮВАННЯ ЦІЛЕЙ СТАТТІ

Метою даної роботи є опис математичної формалізації інформаційної технології структурування інформаційного ресурсу, етапів процесу структурування інформації та використання нечіткої логіки на етапі моделювання інформаційного ресурсу.

ВИКЛАД ОСНОВНОГО МАТЕРІАЛУ ДОСЛІДЖЕННЯ

Дослідження, які виконані в роботах науковців з даної проблематики вказують на те, що логічна наступна інформаційна технологія структурування інформаційного ресурсу, а саме, послідовність етапів структурування (технологічного ланцюжка). На першому кроку або етапі інформаційний ресурс потребує процедури моделювання (етап моделювання). Це досить відомий етап, який завжди є початком створення систем побудованих на знаннях [1]. Другим етапом найбільш доцільно обрати оптимізацію за критерієм максимальної структурованості (етап оптимізації). Цей етап необхідний для забезпечення максимальної структурованості. Іншими словами матеріал, представлений в інформаційної системі, потрібно так викласти, що б він був найбільш доступним для кінцевого споживача. Третім етапом обрано формування логіко-структурної моделі (етап логіко-структурного представлення). Мається на увазі те, що після оптимального структурування інформаційного ресурсу необхідно визначить послідовність його надання споживачу за часом. Схема інформаційної технології структурування інформаційного ресурсу надана на рис. 1.

Рисунок 1 – Схема інформаційної технології структурування інформаційного ресурсу

Схема математичної формалізації інформаційної технології структурування інформаційного ресурсу представлена на рис. 2.

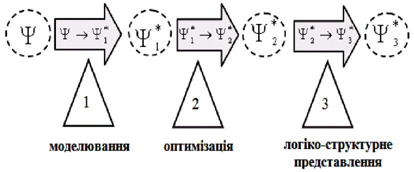

Рисунок 2 – Схема математичної формалізації інформаційної технології структурування інформаційного ресурсу

В більш розгорнутому вигляді схема інформаційної технології структурування інформаційного ресурсу представлена на рис. 3.

На рис. 1 та рис. 2:

$(\psi_1,\psi_2...\psi_N)\in\Psi$ – множина, яка відповідає інформаційному ресурсу до початку структурування;

$(\nu_1,\nu_2...\nu_N,d_{12},d_{13},...,d_{NM})\in\Psi_1^*$ – множина, яка відповідає інформаційному ресурсу після виконання першого етапу (моделювання);

$(\nu_1^*,\nu_2^*...\nu_L^*,d_{12}^*,d_{13}^*,...,d_{LK}^*)\in\Psi_2^*$ – інформаційний ресурс після виконання другого етапу (оптимізації);

$(\omega_1,\omega_2...\omega_N)\in\Psi_3^*$ – інформаційний ресурс після логіко-структурного представлення.

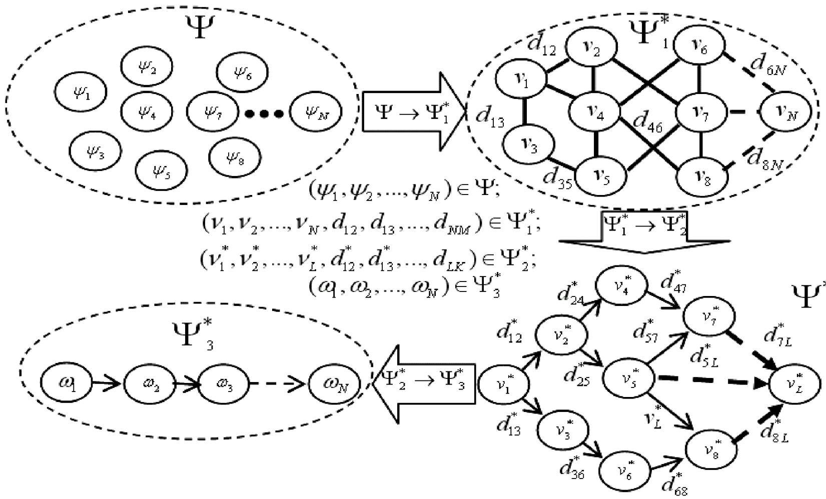

Рисунок 3 – Схема інформаційної технології структурування інформаційного ресурсу

Таким чином, запропонована концепція інформаційної технології структурування інформаційного ресурсу, яка відрізняється від існуючих комплексним використанням етапів перетворення інформаційного ресурсу, а саме моделювання, оптимізації та логіко-структурного представлення. Застосування концепції при розробці технології дозволяє упорядковувати інформаційний ресурс з метою підвищення ефективності його використання.

Розроблення інформаційної технології структурування інформаційного ресурсу починається з математичного опису інформаційного ресурсу, тобто з моделювання. Аналіз існуючих моделей представлення знань в інформаційних системах дозволив зробити висновок про значні переваги комбінованих мережевих моделей, які в змозі враховувати нечіткий зміст деякої інформації [2, 3]. Тому в якості математичної моделі інформаційного ресурсу приймемо семантичну мережу. Нагадаємо, що семантична мережа є одним зі способів представлення знань. Споконвічно семантична мережа була задумана як модель представлення структури довгострокової пам'яті в психології, але згодом стала одним з основних способів представлення знань в інженерії знань. У тлумачному словнику слово «семантика» визначається як значення, зміст слова, художнього твору, дії, обставини й т.д., передані за допомогою якого-небудь представлення і вираження. Однак навіть декількома поясненнями не можна дати досить точне визначення слову «семантика» як психологічному поняттю. Незважаючи на це, звичайно приймають до відома концепції й образи, що асоціюються з деяким об'єктом, і залежно від випадку сприймаємо його як окрему сутність.

Найбільш перспективною, на наш погляд, є модель, що поєднує переваги теорій предикатів, нечіткої логіки й семантичних мереж [4].

Нехай змінні $\gamma_1, \gamma_2, \ldots, \gamma_{n+m}$ приймають значення, що належать довільним множинам: $\gamma_i \in \Gamma_V$, $i = 1, 2, \ldots, n$, $\gamma_j \in \Gamma_D$, $j = n+1, n+2, \ldots, m$, тоді функція $y = \Theta(\gamma_1, \gamma_2, \ldots, \gamma_{n+m})$, якій можна поставити у відповідність нечітку семантичну мережу $S = (V, D, \Gamma)$, тобто $\Theta(\gamma_1, \gamma_2, \ldots, \gamma_{n+m}) \equiv S$, де *V* – множина вершин (понять) мережі потужності $|V| = n$; *D* – множина дуг (відносин між поняттями) мережі потужності; $|D| = m$; $\Gamma = (\Gamma_V, \Gamma_D)$ – множина ваг вершин і дуг мережі відповідно, потужністю $|\Gamma| = |\Gamma_V \cup \Gamma_D| = n + m, \quad n, m \in N$, $\gamma_i \in \Gamma_V$, $i = \overline{1, n}$; $\gamma_j \in \Gamma_D$, $j = \overline{n+1, m}$ називається *n+m*-місцевим предикатом на нечіткій семантичній мережі [5].

Так як будь-яку нечітку семантичну мережу $S = (V, D, \Gamma)$ можна представити навантаженим орграфом у вигляді елементарної семантичної мережі 2-роду, то вищевказану мережу можна описати однією й тільки однією матрицею суміжності *M*. Таким чином, математична формалізація даного твердження має вигляд

$$\forall \gamma_i \in V, i = \overline{1, n}, \gamma_j \in D, j = \overline{n+1, m} \Rightarrow \exists$$

$$\Theta_k(x_1, x_2, \ldots, x_m) \equiv \begin{Vmatrix} m_{11k} & m_{12k} & \ldots & m_{1ck} \\ m_{21k} & m_{22k} & \ldots & m_{21k} \\ \vdots & & \ldots & \vdots \\ m_{l1k} & m_{l2k} & \ldots & m_{lck} \end{Vmatrix} \qquad (1)$$

Область значень елементів матриці суміжності розширена від традиційних 0 або 1 до нечіткого двокомпонентного логічного вектора $m_{ijk}^T = (m_{0ijk}, m_{1ijk})$.

Отже, логіка нечітких предикатів розвинена у векторно-матричному представленні. Предикат представимо як векторне поле нечітких змінних над заданою множиною термів. Досліджуючи операції над предикатами, розробимо варіант побудови нечіткого висновку на основі правил, сформульованих у вигляді відносин між предикатами. Дамо визначення й визначимо метод обчислення нечітких кванторів $\forall$ й $\exists$.

У роботах [6,7,8] було розвинене матричне представлення нечіткої логіки, природно узагальнюючий апарат звичайної «чіткої» логіки. Відправною крапкою було обрано тензорне представлення логіки, запропоноване в роботі E. Mizraji [8]. Логічні змінні представлені 2*D* векторами $m^T = (m_0, m_1)$ компонента, яких задовольняють умовам: $0 \geq m_0$, $m_1 \geq 1$, $m_0 + m_1 = 1$. Заперечення $\overline{m}$ вектора m еквівалентно перестановці його компонент: $\overline{m}^T = (m_1, m_0)$. Простір нечітких векторів позначаємо символом F. Мірою нечіткості логічного вектора $m \in F$ служить ентропія

$$S(m) = -m_0 \log_2 m_0 - m_1 \log_2 m_1$$

Кожної логічної операції P між векторними змінними m, y зіставляється тензор 3-рангу $T^{(P)}$, що

реалізує відображення $m \otimes y \xrightarrow{P} z$ (або $F \otimes F \xrightarrow{P} F$). При цьому тензори $T^{(P)}$ зберігають той вид, що вони мали у векторному представленні «чіткої» логіки. Це дозволяє однозначно інтерпретувати операції над нечіткими логічними змінними. Крім того, між операціями зберігаються ті ж зв'язки, які мали місце в «чіткій» логіці, наприклад, правила де Моргана. Однак алгебраїчні властивості деяких операцій над «істотно нечіткими» змінними, такі як ідемпотентність, дистрибутивність, закон виключення третього й закон протиріччя, у нечіткій логіці не виконуються. При цьому вони залишаються справедливими для випадку, коли логічні змінні приймають чіткі значення, що збігаються з векторами «базису» $\left(e^{(0)}\right)^T = (1, 0)$ або $\left(e^{(1)}\right)^T = (0, 1)$ що мають зміст «неправда» й «істина» відповідно.

Велика зручність векторного представлення полягає в тому, що операції над логічними змінними можуть бути представлені в матричному виді. Наприклад, зіставляючи вектору m кон'юнктиву $C(m)$ й диз'юнктивну $D(m)$ матриці

$$\tilde{N}(m) = \begin{pmatrix} 1 & m_0 \\ 0 & m_1 \end{pmatrix}; \quad D(m) = \begin{pmatrix} m_0 & 0 \\ m_1 & 1 \end{pmatrix} \qquad (2)$$

представимо нечіткі кон'юнкцію, диз'юнкцію й імплікацію у вигляді

$$\begin{aligned} & m \wedge y: \quad C(m)y; \quad m \vee y: \\ & D(m)y; \quad m \to y: \quad D(\overline{m})y. \end{aligned} \qquad (3)$$

Це дозволяє виразити результат операцій через компоненти вихідних векторів («співмножників»), а також використати при рішенні логічних задач матричну алгебру. Відзначимо також, що будь-яка формула, що зв'язує нечіткі змінні має реалізацію у вигляді розгалуженої електричної схеми, що містить певне число дільників струму, що природно узагальнює схеми з дискретними перемикачами в реалізаціях «чіткої» логіки.

Основна перевага матричного представлення нечіткої логіки складається в можливості одержання логічних висновків до рішення лінійних алгебраїчних рівнянь. В [6] це продемонстровано на прикладах нечіткого правила «модус поненс» та «методу резолюцій».

Розробимо матричну модель нечітких предикатів. Як відомо, язик предикатів значно розширює можливості рішення задач у порівнянні з логікою висловлень, що розглядалася в [6].

«Чіткі», тобто класичні предикати визначаються як функції на множині «термів» *M*, що приймають значення в булевому просторі $B = \{0, 1\}$. Так, якщо, $M = \{\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4, \gamma_5\}$, то прикладом одномісного предиката , де $m \in M$, може служити функція

$$\begin{array}{cccccc} m & \gamma_1 & \gamma_2 & \gamma_3 & \gamma_4 & \gamma_5 \\ P(m) & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{array} \qquad (4)$$

Аналогічно визначаються двомісні, тримісні й т.п. предикати. Наприклад, двомісний предикат $P(m, y), \quad m \in M, \quad y \in N$ визначений на множині $M \otimes N$.

Нечіткий предикат $P(m)$ визначаємо як функцію, задану на множині M й приймаючого значення в просторі векторних нечітких змінних M, яке було визначено вище. Отже, областю значень предиката є нечіткі логічні вектори, $P(m) \in F$ або $\left[P(m)\right]^T = \left(P_0(m), P_1(m)\right)$, причому для всіх m справедливо

$$0 \leq P_0(m), \ P_1(m) \leq 1, \quad P_0(m) + P_1(m) = 1. \qquad (5)$$

Таким чином, нечіткий предикат $P(m)$ задає на M деяке векторне поле. Так як предикати є логічними змінними, то до них можуть бути застосовані всі нечіткі логічні операції, введені в [8] і коротко розглянуті вище. Це дозволяє з деяких заданих на *M* предикатів будувати нові, більш складні, предикати, що дає можливість розширити на область предикатів правила логічного висновку.

Правило «модус поненс» можна проілюструвати наступним простим прикладом. Нехай між предикатами $P(m), Q(m), R(m)$, заданими на M, існує зв'язок (у додатках зв'язки такого роду називають «правилами»)

$$P(m) \to Q(m) = R(m) \qquad (6)$$

Тут предикат $R(m)$ можна інтерпретувати як ступінь істинності того, що «із $P(m)$ треба $Q(m)$». Перепишемо (6) у матричному виді

$$D\left(\overline{P(m)}\right)Q(m) = R(m) \text{ або} \qquad (7)$$

$$\begin{pmatrix} P_1(m) & 0 \\ P_0(m) & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} Q_0(m) \\ Q_1(m) \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} R_0(m) \\ R_1(m) \end{pmatrix}.$$

Це співвідношення можна використати двома способами.

1. Нехай нам відомі предикати $P(m)$, $R(m)$ і нехай визначник матриці $D\left(\overline{P(m)}\right)$ не дорівнює нулю, тобто $\det\left(D\left(\overline{P(m)}\right)\right)=P_1(m)\neq 0$. У цьому випадку рішення рівняння (7) дозволяє знайти предикат $Q(m)$ у вигляді

$$Q(m)=D^{-1}\left(\overline{P(m)}\right)R(m) \tag{8}$$

2. Будемо вважати, що нечіткі предикати $P(m)$ й $Q(y)$, що задані на множинах M і N відповідно $(m\in M,\ \ y\in N)$ й що замість (7) має місце більш загальне правило

$$P(m)\to Q(y)=R(m,y) \tag{9}$$

Як й у першому випадку, ми повинні обчислити з рівності (9) $Q(y)$, однак предикат $R(m,y)$ заданий не прямо, а задані деякі додаткові правила виду

$$R^{(c)}(m,y)=P^{(c)}(m)\to Q^{(c)}(y) \tag{10}$$

справедливі для множини варіантів, нумерованих індексом $\tilde{n}$, і для кожного з варіантів відомі предикати $P^{(c)}(m)$ та $Q^{(c)}(y)$.

При рішенні конкретних задач прогнозувати значення предикатів $P^{(c)}(m)$ і $Q^{(c)}(y)$ буває легше, ніж прогнозувати загальний результат імплікації (6) $R(m,y)$. По формулі (10) ми можемо знайти приватні результати, що мають місце при виконанні окремих варіантів $R^{(c)}(m,y)$. Припускаючи, далі, що в загальному результаті присутні всі варіанти, для обчислення $R(m,y)$ та $P(m)$ використаємо формули

$$R(m,y)=\wedge_c R^{(c)}(m,y);\quad P(m)=\wedge_c P^{(c)}(m) \tag{11}$$

Оскільки в нечіткій логіці закони дистрибутивності не виконуються, ми не можемо одержати зі співвідношень (10) і (11) зв'язок між предикатами $P(m), Q(y), R(m,y)$. Тому використаємо вираження (9), що служить додатковим правилом висновку. Обертаючи формулу (9), одержуємо

$$Q(y)=D^{-1}\left(\overline{P(m)}\right)R(m,y) \tag{12}$$

Метод резолюцій для логіки нечітких предикатів також може бути розширений у порівнянні з тим, як це зроблено для логіки нечітких висловлень в [9].

Як відомо, логіка предикатів відрізняється від логіки висловлень тим, що в першій є операції (квантори), що ставляться до предиката як до цілого. Так, квантор $\forall(m)P(m)$ еквівалентний висловленню: «всі m мають властивість $P(m)$». В «чіткій» логіці це висловлення може бути тільки істинним або тільки хибним. У нечіткій логіці допускаються й проміжні значення істинності.

Скористаємося відомим визначенням квантора $\forall(m)P(m)$ у вигляді кон'юнкції всіх $P(m)$, коли m пробігає всю множину M

$$\forall(m)P(m)=\wedge_{m\in M}P(m)=P(\gamma_1)\wedge\ldots\wedge P(\gamma_n)$$

При переході до векторного представлення використаємо кон'юнктиву матрицю (2)

$$\forall(m)P(m)=C(P(\gamma_1))\,C(P(\gamma_2))\ldots C(P(\gamma_{n-1}))P(\gamma_n)$$

Легко переконатися, що 1-компонента (істиностна компонента) висловлення $\forall(m)P(m)$ дорівнює добутку

$$\left[\forall(m)P(m)\right]_1=P_1(\gamma_1)P(\gamma_2)\ldots P_1(\gamma_n)$$

Отримане вираження, узагальнює відповідну формулу «чіткої» логіки й зводить її до простого (нелогічному) алгебраїчному вираженню.

Аналогічним образом обчислюємо 1-компоненту висловлення $\exists(m)P(m)$, що включає нечіткий квантор існування $\exists$

$$\left[\exists(m)P(m)\right]_1=1-P_0(\gamma_1)P_0(\gamma_2)\ldots P_0(\gamma_n)$$

У граничному випадку чіткої логіки це вираження звертається в одиницю, якщо хоча б один з компонентів $P_0(\gamma_k)$ звертається в нуль. У нечіткій логіці величина $\left[\exists(m)P(m)\right]_1$ може мати значення менші одиниці.

Крім кванторів $\forall$, $\exists$ у нечіткій логіці важливу роль грає операція усунення нечіткості – «дефазифікація». Ця операція застосовується в тих випадках, коли множина M, на якій задано предикат, є числовим. Найбільш уживані наступні формули

$$\bar{\gamma}=\frac{\sum_{k=1}^{n}\gamma_k P_1(\gamma_k)}{\sum_{k=1}^{n}P_1(\gamma_k)},\quad \bar{\gamma}=\frac{\sum_{k=1}^{n}\gamma_k P_0(\gamma_k)}{\sum_{k=1}^{n}P_0(\gamma_k)} \tag{13}$$

Нечітка логіка знаходить численні додатки для опису поводження інтелектуальних систем. Ілюстративний приклад нечіткого висновку наведено в задачі про призначення оплати за якість роботи [6]. У стандартному викладі нечіткої логіки використається поняття лінгвістичної змінної L. Як і предикат, лінгвістична змінна L визначається на деякій множині M, але має областю значень «ступінь приналежності» $\mu_L(m),\ \ m\in M$ крапок множини M даної лінгвістичної змінної. Залежно від контексту ступінь приналежності трактується або як істинностне значення нечіткої логічної змінної, або як нечіткі значення характеристичної функції. Нечіткі логічні змінні трактуються як «одномірні» логічні правила й виводяться як деякі емпіричні закони. У такий же спосіб уводяться й операції над нечіткими множинами.

ВИСНОВКИ

Таким чином, розглянута вище схема застосування нечітких предикатів у векторно-матричному представленні дозволяє ввести логічні операції без довільних допущень. Логічні операції над нечіткими змінними описуються тими ж самими тензорами, що й в «чіткій» логіці. У результаті виходить гнучка й обґрунтована система розрахунків, що містить емпіричні експертні оцінки тільки «на вході» алгоритмів. Розглянутий математичний апарат може бути використаний для розробки моделі представлення знань в інтелектуальних системах. Подальші дослідженнях повинні бути направлені на розгляд ефективності моделей інформаційного ресурсу.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Stjuart Rassel. Iskusstvennyj intellekt: sovremennyj podhod, 2-e izdanie /Stjuart Rassel, Piter Norvig /M.: Vil'jams, 2007. – 1408 s.
2. Volosiuk Yu.V. Suchasni metody praktychnoho vyluchennia znan' v intelektual'nykh systemakh navchannia /Yu.V. Volosiuk //Materialy IV Mizhnarodnoi naukovo-praktychnoi konferentsii «Informatsijni tekhnolohii v ekonomitsi, menedzhmenti i biznesi. Problemy nauky, praktyky i osvity». – 2009. – T.1. – S.58-61.
3. Iskusstvennyj intellekt /V 3-h kn. Kn. 2. Modeli i metody: Spravochnik : [pod red. D.A. Pospelova]. – M.: Radio i svjaz', 1990. – 304 s.
4. Asai K. Prikladnye nechetkie sistemy /Asai K., Vatada D., Ivai S. – M.: Mir, 2008. – 368 s.
5. Oksiiuk O.H. Metodyka otsinky strukturnoi skladnosti N-arnoi neodnoridnoi semantychnoi merezhi /O.H. Oksiiuk, Yu.V. Volosiuk //Suchasni informatsijni tekhnolohii u sferi bezpeky ta oborony. – 2010. – №2 (9). – S.49-50.
6. Marcenjuk M.A. Matrichnoe predstavlenie nechetkoj logiki /M.A. Marcenjuk //Nechetkie sistemy i mjagkie vychislenija. – 2007. – T.2. – №3. – S.7-36.
7. Oksiiuk O.H. Kompleksna model' predstavlennia znan' na osnovi predykativ i nechitkykh semantychnykh merezh /O.H. Oksiiuk, I.Yu. Kravchenko, O.F. Diadechko //Materialy shostoi naukovoi konferentsii Kharkivs'koho universytetu Povitrianykh Syl im. I. Kozheduba «Novitni tekhnolohii – dlia zakhystu povitrianoho prostoru». (14-15 kvitnia 2010 r.) – 2010. – S.127.
8. Mizraji E. Vector logics: The matrix-vector representation of logical calculus /Mizraji E. //Fuzzy Sets and Systems. – 1992. –V.50. – P.179-185.
9. Averkyn A.N. Nechetkye mnozhestva v modeliakh upravlenyia y yskusstvennoho yntellekta /A.N. Averkyn, Y.Z. Batyrshyn, A.F. Blyshun y dr. – M.: Nauka, 1986. – 312 s.

Рецензент: *д.т.н., доц. Дубовенко К.В.,*
Миколаївський національний аграрний університет.